

*А.Н. Ершова, В.В. Толубородико,
А.С. Ершова*

АЛГЕБРА ГЕОМЕТРИЯ



*Самостоятельные
и контрольные работы*



ИЛЕКСА

А.П. Ершова, В.В. Голобородько, А.С. Ершова

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ 7 КЛАССА

*8-е издание,
исправленное и дополненное*

Рекомендовано
Научно-методическим советом по математике
Министерства образования и науки Российской Федерации
в качестве учебного пособия для общеобразовательных
учебных учреждений

Москва
ИЛЕКСА
2013

УДК 372.8:51+514
ББК 74.262.21-26+74.202
Е80

Рецензенты:

Ю.В. Гандель, доктор физико-математических наук,
профессор Харьковского Национального университета
им. В.Н. Каразина;

Е.Е. Харик, Заслуженный учитель Украины,
преподаватель математики ФМЛ № 27 г. Харькова

*Перепечатка отдельных разделов и всего издания — запрещена.
Любое коммерческое использование данного издания
возможно только с разрешения издателя*

Ершова А.П., Голобородько В.В., Ершова А.С.

Е80 Самостоятельные и контрольные работы по алгебре
и геометрии для 7 класса.— 8-е изд., испр. и доп.— М.:
ИЛЕКСА, — 2013, — 208 с.
ISBN 978-5-89237-306-7

Пособие содержит самостоятельные и контрольные работы по
всем важнейшим темам курса алгебры и геометрии 7 класса.

Работы состоят из 6 вариантов трех уровней сложности.

Дидактические материалы предназначены для организации
дифференцированной самостоятельной работы учащихся.

УДК 372.8:51+514
ББК 74.262.21-26+74.202

ISBN 978-5-89237-306-7

© Ершова А.П.,
Голобородько В.В.,
Ершова А.С., 2009
© ИЛЕКСА, 2009

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основные особенности предлагаемого сборника самостоятельных и контрольных работ:

1. Сборник содержит *полный набор самостоятельных и контрольных работ по всему курсу алгебры и геометрии 7 класса*. Контрольные работы рассчитаны на один урок, самостоятельные работы — на 20–35 минут, в зависимости от темы и уровня подготовки учащихся.
2. Сборник позволяет осуществить дифференцированный контроль знаний, так как задания распределены по трем уровням сложности А, Б и В. Уровень А соответствует обязательным программным требованиям, Б — среднему уровню сложности, задания уровня В предназначены для учеников, проявляющих повышенный интерес к математике, а также для использования в классах, школах, гимназиях и лицеях с углубленным изучением математики. Для каждого уровня приведено два расположенных рядом равноценных варианта (как они обычно записываются на доске), поэтому на уроке достаточно одной книги на парте.
3. Как правило, на одном развороте книги приводятся оба варианта всех трех уровней сложности. Благодаря этому учащиеся могут сравнить задания различных уровней и, с разрешения учителя, выбрать подходящий для себя уровень сложности.
4. В книгу включены *домашние самостоятельные работы*, содержащие творческие, нестандартные задачи по каждой изучаемой теме, а также задачи повышенной сложности. Эти задания могут в полном объеме или частично предлагаться учащимся в качестве зачетных, а также использоваться как дополнитель-

ные задания для проведения контрольных работ. По усмотрению учителя выполнение нескольких или даже одного такого задания может оцениваться отличной оценкой.

Ответы к контрольным и домашним самостоятельным работам приводятся в конце книги.

5. Тематика и содержание работ охватывают требования действующей программы по математике для 7 класса. Для удобства пользования книгой приводится таблица тематического распределения работ по учебникам Ю. Н. Макарычева и др., Ш. А. Алимова и др., А. В. Погорелова и Л. С. Атанасяна и др.

Алгебра

Выражения, тождества, уравнения

С-1. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ

В а р и а н т А 1

1

Преобразуйте выражения, используя
законы умножения:

а) $-2x \cdot (-3y)$;

б) $-4(x - 2)$;

в) $(3x - 1) \cdot 2$.

В а р и а н т А 2

а) $4a \cdot (-3b)$;

б) $8(2x - 3)$;

в) $(4 - x) \cdot (-3)$.

2

Раскройте скобки и приведите
подобные слагаемые:

а) $2x - 3 + (3x - 2)$;

б) $(4 - x) - (5 - 2x)$;

в) $6 + 2(1,5x - 3)$.

а) $x + 5 + (4x - 6)$;

б) $(3x - 2) - (5x - 8)$;

в) $20 + 5(0,2y - 4)$.

3

Упростите выражение и найдите его
значение при $a = -1,5$:

$3(a - 2) - (a + 4)$.

$2(a - 4) - (1 - 2a)$.

4

Докажите, что значение выражения
равно нулю при любом y :

$6(3y - 4) - 2(9y - 11) + 2$.

$8(2y - 5) - 4(3y - 10) - 4y$.

5

Раскройте скобки:

$$a - (b - (a + d)).$$

$$z - (y + (z - t)).$$

В а р и а н т Б 1**В а р и а н т Б 2****1**

Преобразуйте выражения, используя законы умножения:

а) $0,4a \cdot (-5b)$;

а) $-0,2x \cdot (-5y)$;

б) $(2x - 1) \cdot (-0,2)$;

б) $(-2x - 4) \cdot 0,1$;

в) $3(-x - 1)$.

в) $-5(2 - x)$.

2

Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $(4a - b) - 5a + 3b$;

а) $-6a - 2a + (8a + b)$;

б) $-(3x - 0,4) + (0,4x - 3)$;

б) $(8x - 0,5) - (0,5x - 8)$;

в) $9 - 2(x + 1) + x$.

в) $4 - 3(x - 2) - x$.

3Упростите выражение и найдите его значение при $a = -1,5$ и $b = -1$:

$$3(a - 3b) - 5(a - 2b).$$

$$-4(a - b) + 2(3a - b).$$

4Докажите, что значение выражения не зависит от y :

$$0,4y - 0,6(y - 4) + 2(-1 + 0,1y).$$

$$2,3y - 1,7(y - 2) + 0,3(4 - 2y).$$

5

Упростите выражение:

$$5a - (4a - (3a - 2)).$$

$$6a - (5a - (4a - 3)).$$

В а р и а н т В 1**В а р и а н т В 2****1**

Преобразуйте выражения, используя законы умножения:

а) $2,5x \cdot (-4y) \cdot (-0,1)$;

б) $(y - 2x - 1,6) \cdot (-3)$;

в) $1,2(3b - c + 2)$.

а) $(-0,5y) \cdot 20 \cdot (-3x)$;

б) $(-a + 3b - 1,2) \cdot 5$;

в) $-2,1(x - 2y + 3)$.

2

Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $2,1b - 3,4a - (b - 2,6a)$;

б) $x - (4x - 11) + (9 - 2x)$;

в) $10 - 9\left(a - \frac{2}{3}\right) + 5a - 16$.

а) $4,6a - 4b - (-3,8b + 3,5a)$;

б) $2a - (8 - a) + (3a - 2)$;

в) $8 - 6\left(2x - \frac{1}{2}\right) + 12x - 2$.

3

Упростите выражение и вычислите его значение при $a = -\frac{1}{3}$:

$$2(0,3a - 1) - \frac{2}{5}(3a - 5).$$

$$3(0,9a - 1,5) - \frac{1}{2}(3a - 9).$$

4

Докажите, что значение выражения не зависит от y :

$$-(12y - 3(y - 4)) + 9y.$$

$$-(4y - 9(2y - 1)) - 14y.$$

5

Найдите значение выражения:

$$3a + 3b - 6, \text{ если } a + b = 2.$$

$$2a - 2b + 4, \text{ если } a - b = 3.$$

С-2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ**Вариант А1****1**

Решите уравнения:

а) $6x - 12 = 4x - 8$;

б) $\frac{2}{3}x = 18$;

в) $(2x - 5) - (3x - 7) = 4$;

г) $5(x - 1,2) - 3x = 2$.

Вариант А2

а) $5y - 8 = 2y - 5$;

б) $\frac{3}{4}x = 27$;

в) $(2 + 3x) - (4x - 7) = 10$;

г) $2(x - 1,5) + x = 6$.

2При каком значении y равны значения выражений:

$1,8y - 2$ и $0,6y + 4$?

$1,2y - 1$ и $0,4y + 3$?

Вариант Б1**1**

Решите уравнения:

а) $0,3x + 8 = 2$;

б) $4 - x = 1 + 4x$;

в) $7 - 2(x + 3) = 9 - 6x$;

г) $4(x - 0,5) - 2(x + 0,3) = -2,6$.

Вариант Б2

а) $0,4x - 6 = -12$;

б) $x + 6 = 5 + 4x$;

в) $13 - 3(x + 1) = 4 - 5x$;

г) $0,2(3x - 5) - 0,3(x - 1) = -0,7$.

2При каком значении y значение выражения $7y - 2$ больше значения выражения $5y - 4$ в 2 раза?значение выражения $8y + 2$ больше значения выражения $5y + 3$ на 5?

В а р и а н т В 1**1****Решите уравнения:**

а) $0,9x + 1 = 0,2x - 6$;

б) $\frac{1}{2}(x - 6) - 3 = \frac{1}{3}x$;

в) $4 = -1 - (11x - 5)$;

г) $0,5(8x - 3) = -4(2,5 - x)$.

В а р и а н т В 2

а) $1,3x - 2 = 2,6x + 11$;

б) $\frac{2}{3}(x + 9) - 2 = \frac{1}{6}x$;

в) $-6 = -2 - (4 + 9x)$;

г) $1,2(5 - 4x) = -6(0,8x + 1)$.

2**При каком значении y**

произведение числа 3 и выражения $2y + 1,5$ больше их суммы на 8?

сумма числа 4 и выражения $3y - 0,5$ меньше их произведения на 3,5?

**С-3*. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ
С МОДУЛЕМ И ПАРАМЕТРОМ
(домашняя самостоятельная работа)**

В а р и а н т 1**1****Определите, при каких значениях параметра a**

а) уравнение $|x| = a - 2$ имеет один корень;

б) уравнение $|x| = a^2 - 9$ не имеет корней;

В а р и а н т 2

а) уравнение $|x| = a + 3$ имеет один корень;

б) уравнение $|x| = a^2 - 4$ не имеет корней;

в) уравнение $|x + 1| = a^2 + 1$
имеет два корня.

в) уравнение $|x + 4| = a^2 + 4$
имеет два корня.

2

Решите уравнения с параметром a :

а) $ax = 5$;

а) $ax = -2$;

б) $(a - 3)x = -1$;

б) $(a + 2)x = 3$;

в) $(a + 1)x = a + 1$;

в) $(a - 3)x = 3 - a$;

г) $(a - 2)x = (a - 2)a$.

г) $(a + 3)x = (a + 3)(a - 2)$.

3

Решите уравнения с модулем:

а) $|2x - 3| = 1$;

а) $|3x + 2| = 4$;

б) $|1001x + 14| = -1$;

б) $|125x - 34| = -2$;

в) $|x^2 - x| = 0$;

в) $|x^2 + x| = 0$;

г) $||x - 1| - 4| = 3$;

г) $||x + 3| - 4| = 1$;

д) $||x - 3| - 3| - 3| = 3$;

д) $||x - 3| + 3| - 3| = 3$;

е) $|8 - |x + 2|| = 7$;

е) $|10 - |x - 1|| = 8$;

ж) $|x + 1| + |5 - x| = 20$;

ж) $|x - 1| + |5 - x| = 18$;

з) $|x - 1| + |x + 2| = 3$;

з) $|x - 3| + |x + 1| = 4$;

и) $|8 + x| + |7 - x| = 10$;

и) $|9 - x| + |1 + x| = 8$;

к) $||2x - 3| - 1| = x$.

к) $||3x + 2| - 4| = x$.

К-1. ВЫРАЖЕНИЯ, ТОЖДЕСТВА, УРАВНЕНИЯ**В а р и а н т А 1****1****Упростите выражения:**

а) $(2a - 3b) - (a - b)$;

б) $5 + 2(x - 1)$.

2

Периметр прямоугольника равен 28 см. Его длина больше ширины на 4 см. Найдите длину и ширину прямоугольника.

3**Решите уравнения:**

а) $6x - 10,2 = 4x - 2,2$;

б) $15 - (3x - 3) = 5 - 4x$;

в) $2(x - 0,5) + 1 = 9$.

4

На первой полке в 3 раза больше книг, чем на второй. Когда с первой полки переставили на вторую 32 книги, на обеих полках книг стало поровну. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

5**Решите уравнение:**

$|x| = 25$.

В а р и а н т А 2

а) $-(4b - a) + (5b - 2a)$;

б) $3 + 4(x - 2)$.

2

Периметр прямоугольника равен 24 см. Его ширина в 3 раза меньше длины. Найдите длину и ширину прямоугольника.

3

а) $8x - 15,3 = 6x - 3,3$;

б) $18 - (6x + 5) = 4 - 7x$;

в) $6(x + 0,5) - 3 = 9$.

4

В первой корзине в 2 раза меньше яблок, чем во второй. Когда из второй корзины переложили в первую 14 яблок, то в обеих корзинах яблок стало поровну. Сколько яблок было в каждой корзине первоначально?

5

$|x| = 49$.

Дополнительное задание

Найдите значение p , при котором
число 2 является корнем уравнения

$$2px = 32.$$

$$3px = 24.$$

Вариант Б 1**1**

Упростите выражения:

а) $2a - (3b - a) + (3b - 2a)$;

б) $6(a - 2) - 3(2a - 5)$.

2

Одна из сторон треугольника на 2 см меньше другой и в два раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 22 см.

3

Решите уравнения:

а) $2x - \frac{4}{7} = 0$;

б) $7(3x + 1) - 11x = 2$;

в) $11x = 6 - (4x + 66)$.

4

В двух бригадах было одинаковое количество рабочих. После того, как из первой бригады перевели во вторую 8 рабочих, в ней стало в 3 раза меньше рабочих, чем

Вариант Б 2**2**

Одна из сторон треугольника на 6 см меньше другой и на 9 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 33 см.

а) $3x - \frac{6}{11} = 0$;

б) $4(2 - 4x) + 6x = 3$;

в) $9x = 5x - (72 - 2x)$.

4

В двух папках было одинаковое количество тетрадей. После того, как из второй папки переложили в первую 6 тетрадей, в первой папке тетрадей стало в 3 раза боль-

во второй бригаде. Сколько рабочих было в каждой бригаде первоначально?

ше, чем во второй. Сколько тетрадей было в каждой папке первоначально?

5

Решите уравнение:

$$(x + 3)(2 - x) = 0.$$

$$(x - 4)(1 + x) = 0.$$

Дополнительное задание

Найдите значение m , при котором имеют общий корень уравнения

$$2x - 3 = 7 \text{ и } m - 3x = 1.$$

$$5 - 3x = -1 \text{ и } 5x - m = 3.$$

Вариант В1

1

Упростите выражения:

а) $x - (2x + 3) + (2 - 0,5x)$;

а) $1 + (0,5x - 3) - (1,5x - 4)$;

б) $2 + 3\left(y - \frac{1}{3}\right) - 2(0,5 + y)$.

б) $1 - 4\left(\frac{1}{2}y + 1\right) + 5(0,2 - y)$.

2

Периметр треугольника ABC равен 28 см. Сторона BC в 2 раза больше стороны AB , а сторона AC на 2 см меньше стороны BC . Найдите стороны треугольника.

2

Периметр треугольника ABC равен 21 см. Сторона AB в 2 раза меньше стороны CB , а сторона CB на 4 см больше стороны AC . Найдите стороны треугольника.

3

Решите уравнения:

а) $-(2x + 0,1) = 3(0,5 - x)$;

а) $2(2,5x - 1) = -(1,8 - 4x)$;

б) $19x - (3x - 4) = 4(5x - 1);$

в) $4(0,25x - 6) = 8(0,125x + 3).$

4

В первом бидоне в 5 раз больше молока, чем во втором. После того, как из первого бидона перелили во второй 5 литров, в первом бидоне стало в 3 раза больше молока, чем во втором. Сколько литров молока было в каждом бидоне первоначально?

5

Решите уравнение:

$$(|x| + 2)(|x| - 3) = 0.$$

б) $10x - (2x - 4) = 4(3x - 2);$

в) $16(0,25x - 1) = 5(0,8x - 3,2).$

4

В двух пакетах было по 11 конфет. После того, как из первого пакета взяли в 3 раза больше конфет, чем из второго, в первом пакете осталось в 4 раза меньше конфет, чем во втором. Сколько конфет взяли из каждого пакета?

Дополнительное задание

Найдите значение a , при котором имеют общий корень уравнения

$$\begin{aligned} 5x - 1 &= 2a - 2 \text{ и} \\ 3x + 2 &= a + 5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + 1 &= a + 5 \text{ и} \\ 3x - 7 &= 2a - 2. \end{aligned}$$

Функции

С-4. ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

Вариант А1

Вариант А2

1

Функция задана формулой

$$y = 2x - 3;$$

$$y = 3x + 2;$$

а) найдите значение y

$$\text{при } x = 4;$$

$$\text{при } x = -1;$$

б) найдите значение x ,
при котором

$$y = 1;$$

$$y = 8;$$

в) принадлежит ли графику функции
точка

$$A(-1; -5)?$$

$$B(2; 0)?$$

2

Одна из сторон прямоугольника
равна x см, а другая 5 см.

Выразите формулой
зависимость

площади прямоугольника S
от x .

периметра прямоугольника P
от x .

3

Выразите из формулы $\rho = \frac{m}{V}$

переменную m .

переменную V .

В а р и а н т Б 1

В а р и а н т Б 2

1

Функция задана формулой

$$y = -x + 3;$$

$$y = 4 - 3x;$$

а) найдите значение функции,
если значение аргумента
равно

$$-2;$$

$$-4;$$

б) найдите значение аргумента,
при котором значение функции
равно

$$4;$$

$$1;$$

в) какие из точек A, B, C, D
принадлежат графику этой
функции:

$$A(0; 3); \quad B(2,5; -0,5);$$

$$A(0; 4); \quad B(-1,5; 8,5);$$

$$C\left(5\frac{1}{3}; 2\frac{1}{3}\right); \quad D(-4; 7)?$$

$$C\left(\frac{1}{3}; 1\right); \quad D(-2; 2)?$$

2

Расстояние между пунктами A и B
равно 60 км. Из пункта A в пункт B
выехал велосипедист.

Первые t часов он ехал со скоростью 12 км/ч. Выразите зависимость оставшегося пути s от t .

Первые 4 часа он ехал со скоростью v км/ч. Выразите зависимость оставшегося пути s от v .

3

Выразите из формулы $s = s_0 + vt$

переменную v .

переменную t .

В а р и а н т В 1

В а р и а н т В 2

1

Функция задана формулой

$$y = \frac{1}{3}x - 6;$$

$$y = \frac{1}{2}x + 4;$$

а) найдите значение функции, если значение аргумента равно

6;

−8;

б) найдите значение аргумента, при котором значение функции равно

$\frac{2}{3}$;

−0,5;

в) какая точка графика этой функции имеет абсциссу, равную ординате?

2

При делении числа m

на 7 неполное частное равно q , а остаток 4.

на n неполное частное равно 5, а остаток 4.

а) а) Задайте формулой зависимость m от q .

б) б) Задайте формулой зависимость q от m .

а) Задайте формулой зависимость m от n .

б) Задайте формулой зависимость n от m .

3

Выразите из формулы $t = t_0 + \frac{s}{v}$

переменную s .

переменную v .

С-5. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ. ПРЯМАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ

В а р и а н т А 1

1

Постройте график функции

$$y = 2x - 1.$$

2

Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения графика функции

$$y = -x + 4$$

с осями координат.

3

Постройте график функции

$$y = 2x.$$

Принадлежит ли этому графику точка

$A(400; 200)?$

В а р и а н т А 2

$$y = x + 3.$$

$$y = 4x - 8$$

$$y = -x.$$

$B(-40; -40)?$

4**Постройте график функции**

$$y = -4.$$

$$y = 3.$$

В какой точке этот график пересекается с осью y ?**Вариант Б 1****Вариант Б 2****1****Постройте график функции**

$$y = -4x + 6.$$

$$y = 2x - 3.$$

2**Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения графика функции**

$$y = 6x - 11$$

$$y = 8 - 10x$$

с осями координат.**3****Постройте график функции**

$$y = -0,5x.$$

$$y = 0,8x.$$

Найдите координаты точки пересечения этого графика с прямой

$$y = -1.$$

$$y = 4.$$

4**График прямой пропорциональности проходит через точку A . Проходит ли он через точку B , если**

$$A(1,5; -3), B(-11; 22)?$$

$$A(-0,5; 4), B(2; -16)?$$

В а р и а н т В 1

В а р и а н т В 2

1

Постройте график функции

$$y = 2 - 0,5x.$$

$$y = 0,4x + 1.$$

2

Не выполняя построений,
найдите координаты точек
пересечения графика
функции

$$y = 3(x - 1) + 2$$

$$y = 2(x + 3) - 5$$

с осями координат.

3

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} \frac{1}{3}x, & \text{если } x < 3; \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 0,2x, & \text{если } x < 5; \\ 1, & \text{если } x > 5. \end{cases}$$

Проходит ли этот график
через точку

$$A(6; 2)?$$

$$A(10; -2)?$$

4

График прямой пропорциональности
проходит через точку C .

Найдите значение m , при котором
он проходит через точку D ,
если

$$C(2; 1), D(-4; m).$$

$$C(-4; 8), D(m; -2).$$

С-6*. ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ
(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1**Вариант 2****1**

Найдите область определения
функции:

а) $y = \frac{3x - 6}{x - 1};$

а) $y = \frac{x - 7}{2x + 4};$

б) $y = \frac{2}{(x + 3)(1 - x)};$

б) $y = \frac{3}{(4 + x)(x - 2)};$

в) $y = \frac{x + 4}{|x| - 4};$

в) $y = \frac{x - 5}{|x| - 5};$

г) $y = \frac{2x - 8}{|x - 4|};$

г) $y = \frac{4x + 8}{|x + 2|};$

д) $y = \frac{x - 1}{x^2 + 1}.$

д) $y = \frac{x + 4}{x^2 + 4}.$

2

Постройте графики функций:

а) $y = \begin{cases} -x, & \text{если } x < 1, \\ 2x - 3, & \text{если } x \geq 1; \end{cases}$

а) $y = \begin{cases} 3x + 5, & \text{если } x < -1, \\ -2x, & \text{если } x \geq -1; \end{cases}$

б) $y = |x| - 1;$

б) $y = 1 - |x|;$

в) $y = |2x - 4|;$

в) $y = |3x + 3|;$

г) $y = ||x - 1| - 2|;$

г) $y = ||x - 2| - 1|;$

$$д) y = ||x| - 1| - 2|;$$

$$д) y = ||x| - 2| - 1|;$$

$$е) y = |x| + x;$$

$$е) y = |x| - x;$$

$$ж) y = \frac{x - 1}{|x - 1|}.$$

$$ж) y = \frac{|x + 2|}{-(x + 2)}.$$

К-2. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

В а р и а н т А 1

1

Найдите значение функции

$$y = 15x - 1 \text{ при } x = 2.$$

$$y = 6x - 3 \text{ при } x = 4.$$

2

На одном чертеже постройте
графики функций:

$$y = 2x; y = -x + 1; y = 3.$$

$$y = -3x; y = x + 2; y = -2.$$

3

Найдите координаты
точек пересечения с осями координат
графика функции

$$y = 2x + 4.$$

$$y = 4x - 4.$$

4

Не выполняя построений,
найдите координаты точки
пересечения графиков

$$y = -8x - 5 \text{ и } y = 3.$$

$$y = -5x + 1 \text{ и } y = -4.$$

5

Среди перечисленных функций

$$y = 2x - 3, y = -2x,$$

$$y = 2 + x, y = 1 + 2x,$$

$$y = -x + 3$$

укажите те, графики которых
параллельны графику
функции

$$y = x - 3.$$

$$y = 2x + 3.$$

В а р и а н т Б 1

1

Определите, при каком значении
аргумента функция $y = 7x - 6$
принимает значение, равное

$$22.$$

$$-20.$$

2

На одном чертеже
постройте графики
функций:

$$y = 2,5x; y = -4; y = -2x + 1.$$

$$y = -3x; y = 3; y = 1,5x + 1.$$

3

Найдите координаты
точек пересечения
с осями координат графика
функции

$$y = 8x - 8.$$

$$y = 7x + 7.$$

4

Не выполняя построений,
найдите координаты

**точки пересечения
графиков функций**

$$y = 10x - 14 \text{ и } y = -3x + 12.$$

$$y = 6 - 9x \text{ и } y = 5x - 8.$$

5

**Задайте формулой
линейную функцию,
график которой проходит
через начало координат
и параллелен прямой**

$$y = 9x - 3.$$

$$y = -7x - 2.$$

В а р и а н т В 1

В а р и а н т В 2

1

**Найдите координаты
точек пересечения
с осями координат графика
функции**

$$y = 36x - 18.$$

$$y = -42x + 21.$$

2

**На одном чертеже постройте
графики функций:**

$$y = -\frac{3}{4}x + 2; y = 0;$$

$$y = -2,5x.$$

$$y = \frac{2}{3}x - 3; y = 3,5;$$

$$y = -0,25x.$$

3

**График прямой пропорциональности
проходит через точку**

$$C(-1; 4).$$

$$C(1; -3).$$

Задайте эту функцию формулой.

4

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков

$$y = \frac{x}{2} \text{ и } y = 3x - 5.$$

$$y = -\frac{x}{3} \text{ и } y = 12 - x.$$

5

Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен прямой

$$y = 2x + 11$$

$$y = -x + 8$$

и пересекается с графиком

$$y = x - 3$$

$$y = 5x + 1$$

в точке, лежащей на оси ординат.

Степень с натуральным показателем

С-7. СТЕПЕНЬ И ЕЕ СВОЙСТВА

В а р и а н т А 1

1

Выполните действия:

а) $5 \cdot 2^3 - 3^2$;

б) $-1^0 + (-1)^3$.

2

Найдите значение выражения

$-x^5$ при $x = -2$.

$-x^3$ при $x = -3$.

3

Упростите выражения:

а) $c^4 \cdot c^7 : c^9$;

б) $(a^4)^3 \cdot a$;

в) $(-2x)^4$.

а) $c^{18} : c^{15} \cdot c^2$;

б) $(a^2)^5 : a$;

в) $(-7y)^2$.

4

Вычислите, используя свойства степени:

а) $20^3 \cdot 0,5^3$;

б) $\frac{4 \cdot 2^5}{2^7}$.

а) $0,25^2 \cdot 100^2$;

б) $\frac{3^8}{3^6 \cdot 9}$.

5

Представьте в виде степени
с основанием y :

$((y^2)^3)^4$.

$((y^3)^4)^5$.

В а р и а н т Б 1**1****Выполните действия:**

а) $0,2 \cdot (-5)^2 - 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$;

б) $(-0,5)^3 - 0,5^0$.

2**Найдите значение
выражения**

$3 - x^3$ при $x = -1$.

$1 - x^5$ при $x = -1$.

3**Упростите выражения:**

а) $(c^4)^2 \cdot c^3$;

а) $(c^5)^3 \cdot c^4$;

б) $\frac{x \cdot x^4}{x^5}$;

б) $\frac{x^2 \cdot x}{x^3}$;

в) $(-3ab)^3$.

в) $(-2ab)^4$.

4**Вычислите, используя свойства
степени:**

а) $0,4^2 \cdot 250^2$;

а) $1,25^4 \cdot 8^4$;

б) $\frac{125 \cdot 5^4}{5^6}$.

б) $\frac{6^{12}}{36 \cdot 6^9}$.

5**Представьте в виде степени
с основанием a :**

$(((-a)^3)^2)^4$.

$(((-a)^2)^3)^4$.

Вариант В 1

1

Выполните действия:

а) $-4^2 \cdot \frac{1}{24} + \left(\frac{2}{3}\right)^0$;

а) $\left(\frac{8}{9}\right)^0 - 8^2 \cdot \frac{1}{72}$;

б) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^2 + (-3)^3$.

б) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^2 + (-2)^3$.

2

Найдите значение выражения

$16 - 0,5x^5$ при $x = -2$.

$1 - \frac{1}{27}x^3$ при $x = -3$.

3

Упростите выражения:

а) $\frac{(c^3)^3 \cdot c^2}{c^{11}}$;

а) $\frac{(c^5)^3 \cdot c^7}{c^{22}}$;

б) $\frac{(a^2 \cdot a^2)^2}{a^7}$;

б) $\frac{(a^3 \cdot a^2)^2}{a^9}$;

в) $(-3abc)^3$.

в) $(-5xyz)^3$.

4

Вычислите, используя свойства степени:

а) $1,1^5 \cdot \left(\frac{10}{11}\right)^5$;

а) $2,3^7 \cdot \left(\frac{10}{23}\right)^7$;

б) $\frac{100^3 \cdot 10^7}{2^{13} \cdot 5^{13}}$.

б) $\frac{36^3 \cdot 6^4}{2^{10} \cdot 3^{10}}$.

5

Представьте в виде степени
с основанием y :

$$(y^{n+5})^2 \cdot ((-y^2)^3)^2.$$

$$(y^{n-4})^5 \cdot ((-y^4)^2)^3.$$

С-8. ОДНОЧЛЕН

В а р и а н т А 1

1

Найдите значение одночлена

$$5xy^2 \text{ при } x = -1; y = 2.$$

$$3a^2b \text{ при } a = 2; b = -1.$$

2

Приведите одночлены
к стандартному виду:

$$\text{а) } 2a^3 \cdot (-0,5a);$$

$$\text{а) } -4b \cdot 0,25b^4;$$

$$\text{б) } -bc^6 \cdot 2c^5b^3.$$

$$\text{б) } -3a^2b \cdot (-b^4a^3).$$

3

Упростите выражения:

$$\text{а) } (2a^2b)^3;$$

$$\text{а) } (3x^2y)^2;$$

$$\text{б) } -3a^3 \cdot (-ab^2)^4.$$

$$\text{б) } 2b^2 \cdot (-a^2b)^3.$$

4

Замените M одночленом так,
чтобы полученное равенство
стало тождеством:

$$\text{а) } 6a^5b^3 = 3ab^2 \cdot M;$$

$$\text{а) } 12x^7y^4 = 4x^6y^2 \cdot M;$$

$$\text{б) } M^2 = 25x^6y^2.$$

$$\text{б) } M^2 = 49a^2b^8.$$

В а р и а н т Б 1

1

Найдите значение одночлена

$$2x^2y^3 \text{ при } x = -0,5; y = -2.$$

$$3a^3b^2 \text{ при } a = -3; b = -\frac{1}{3}.$$

2

Приведите одночлены
к стандартному виду:

$$\text{а) } -9y \cdot \left(-\frac{2}{3}xy^2\right);$$

$$\text{а) } 21x^3y^2 \cdot \left(-\frac{4}{7}x\right);$$

$$\text{б) } -0,4x^2y \cdot 5y^3x^4.$$

$$\text{б) } -0,25a^2b^4 \cdot (-8ba^3).$$

3

Упростите выражения:

$$\text{а) } (-0,3ab^4)^3;$$

$$\text{а) } (-0,2xy^5)^3;$$

$$\text{б) } (-a^7b^3)^2 \cdot 4ab^9.$$

$$\text{б) } 8x^5y \cdot (-x^3y^4)^4.$$

4

Представьте в виде:

а) квадрата одночлена выражение

$$\frac{1}{49}a^{14}b^2;$$

$$\frac{1}{36}x^2y^{16};$$

б) куба одночлена выражение

$$-27x^3y^6.$$

$$-8a^{12}b^3.$$

В а р и а н т В 1

1

Найдите значение одночлена

В а р и а н т В 2

$$-200xy^3 \text{ при } x = -\frac{1}{2}; y = -0,1.$$

$$-800a^3b \text{ при } a = -\frac{1}{2}; b = -0,1.$$

2

Приведите одночлены
к стандартному виду:

а) $\frac{2}{3}ab^2 \cdot (-0,6a^3b)$;

а) $\frac{1}{3}x^2y \cdot (-1,2x^4y^2)$;

б) $-12a^2bc \cdot (-0,1ab^3c) \cdot 5c^2$.

б) $8x^2y \cdot (-0,4xy^3z) \cdot (-5xz)$.

3

Упростите выражения:

а) $(3xy^3)^4 \cdot \left(-\frac{1}{27}xy^2\right)$;

а) $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^3 \cdot 81a^5b$;

б) $-(-a^3b^2)^3 \cdot (-0,6ab^2)^2$.

б) $-(-ab^6)^2 \cdot (-0,4a^2b)^3$.

4

Известно, что $2a^2b = m$.

Выразите через m значение
выражения:

а) $4a^4b^2$;

а) $8a^6b^3$;

б) $40a^6b^3$.

б) $12a^4b^2$.

Дополнительные упражнения

1

Найдите сумму, разность, произведение и частное чисел x и y , если:

$$x = 2,7 \cdot 10^7;$$

$$x = 3,6 \cdot 10^6;$$

$$y = 4,5 \cdot 10^6.$$

$$y = 2,4 \cdot 10^5.$$

2

Упростите выражения:

а) $x^n \cdot x^{n+2} \cdot x^{2n-1}$;

а) $x^{n+4} \cdot x^{n-3} \cdot x^{2n+1}$;

б) $(y^{n-3})^2 \cdot y^6 \cdot y^{2n}$.

б) $z^{3n} \cdot z^3 \cdot (z^{n-1})^3$.

3

Вычислите при натуральном n :

$(-1)^n \cdot (-1)^{n+1} \cdot (-1)^{2n+4}$.

$(-1)^{n+3} \cdot (-1)^n \cdot (-1)^{2n-1}$.

С-9. АБСОЛЮТНАЯ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТИ

В а р и а н т А 1

1

Округлите до единиц и найдите абсолютную и относительную погрешности приближенного значения

числа 12,3.

числа 4,8.

2

Какое из приближенных значений

числа $\frac{3}{8}$

числа $\frac{5}{16}$

точнее:

0,3 или 0,4?

0,31 или 0,32?

Вариант Б 1**①**

Округлите до десятых и найдите абсолютную и относительную погрешности приближенного значения

числа 1,56.

②

Какое из приближенных значений

числа $\frac{2}{11}$ числа $\frac{4}{11}$

точнее:

0,181 или 0,182?

0,363 или 0,364?

Вариант В 1**①**

Округлите до сотых и найдите абсолютную и относительную погрешности приближенного значения

числа 1,1959.

②

Выберите среди данных приближенных значений числа $\pi = 3,141592...$ наиболее точное:

3,14; 3,1416; $3\frac{3}{22}$; $3\frac{4}{29}$.**Вариант В 2**3,1; 3,142; $3\frac{2}{15}$; $3\frac{5}{36}$.

**К-3. СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ.
ОДНОЧЛЕН****Вариант А1****1****Вычислите:**

а) $-10^2 \cdot 0,2$;

б) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$;

в) $1^7 - (-1)^7$.

2**Выполните действия:**

а) $x^4 \cdot x$;

б) $y^6 \cdot y^2$;

в) $(-2c^6)^4$.

а) $-2^4 \cdot 0,5$;

б) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2$;

в) $(-1)^9 - 1^9$.

3**Постройте график функции**

$y = x^2$.

$y = x^3$.

Определите по графику значение y

при $x = -2$.

при $x = 2$.

4**Упростите выражения:**

а) $2a^5b^2 \cdot ba^3$;

б) $(-0,1x^3)^4 \cdot 10x$;

в) $\left(\frac{2}{3}ab^2\right)^3 \cdot \frac{3}{2}a^3b^2$.

а) $3a^2b \cdot b^4a^4$;

б) $(-0,2x^2)^3 \cdot 5x^2$;

в) $\left(\frac{3}{7}a^2b\right)^2 \cdot \frac{7}{3}b^2a$.

5

Используя свойства степени,
найдите значение выражения:

$$\frac{4^5 \cdot 2^6}{32^3}.$$

$$\frac{9^5 \cdot 3^3}{81^3}.$$

Дополнительное задание

Вычислите $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$,
если

$$a = 4,2 \cdot 10^3, \\ b = 2,1 \cdot 10^2.$$

$$a = 6,4 \cdot 10^4, \\ b = 1,6 \cdot 10^3.$$

Вариант Б 1

1

Вычислите:

а) $3^4 - (-1)^4$;

б) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 0,027$;

в) $(-7^2) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^2$.

Вариант Б 2

1

а) $2^2 - (-3)^2$;

б) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 0,064$;

в) $(-5^4) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^4$.

2

Выполните действия:

а) $\frac{x^3 \cdot x}{(x^2)^2}$;

б) $(-0,4a^3b)^2$;

в) $(m^3 \cdot m^2)^2 \cdot (2m)^3$.

а) $\frac{(x^4)^3}{x^{11} \cdot x}$;

б) $(-0,2ab^5)^3$;

в) $(6x)^2 \cdot (x \cdot x^5)^4$.

3

Постройте график функции

$$y = x^2.$$

$$y = x^3.$$

Определите по графику значение x , соответствующее значению $y = 1$.

4

Упростите выражения:

а) $5a^4b \cdot (-8a^3b^2);$

а) $-3a^8b^3 \cdot 2ab^6;$

б) $-24x^6y \cdot \left(\frac{1}{2}y^2\right)^3;$

б) $-98xy^3 \cdot \left(\frac{1}{7}x^2\right)^2;$

в) $(-ab^2)^3 \cdot (-5a^2b)^2.$

в) $(-4ab^3)^3 \cdot (-a^2b)^2.$

5

Используя свойства степени, найдите значение выражения:

$$\frac{9^5 \cdot 4^5}{6^{10}}.$$

$$\frac{25^7 \cdot 4^7}{10^{13}}.$$

Дополнительное задание

Вычислите $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $a : b$,
если

$$a = 6 \cdot 10^{n+1}, b = 3 \cdot 10^n,$$

$$a = 8 \cdot 10^{n+2}, b = 4 \cdot 10^{n+1},$$

где n — натуральное число.

Вариант В 1

1

Вычислите:

а) $2 \cdot 1,4^0 - 1,4^2;$

а) $1,5^0 - 2 \cdot 1,5^2;$

Вариант В 2

б) $\left(\frac{-5^4}{(-5)^4}\right)^4;$

б) $\left(\frac{(-2)^6}{-2^6}\right)^6;$

в) $\left(1 - \frac{4}{27} \cdot (-3)^2\right)^3.$

в) $\left(2 + \frac{5}{16} \cdot (-2)^3\right)^4.$

2**Выполните действия:**

а) $\frac{(x^4 \cdot x^2)^3}{x^{17}};$

а) $\frac{(x^5)^2 \cdot x^4}{x^{13}};$

б) $\left(-1 \frac{2}{7} a^3 b c^5\right)^2;$

б) $\left(-1 \frac{1}{3} a b^4 c^2\right)^3;$

в) $-(-2a^4)^3 \cdot 2a^4.$

в) $-(-3b^3)^2 \cdot 3b^3.$

3**Постройте график функции**

$y = x^2.$

$y = x^3.$

**Найдите все значения k ,
при которых точка $A(k; 1)$
принадлежит данному графику.**

4**Упростите выражения:**

а) $-\frac{1}{2} a^3 b \cdot (-a^2 b^4) \cdot 4b^3 a;$

а) $8a^2 b \cdot \left(-\frac{1}{4} a b^6\right) \cdot \left(-\frac{1}{2} b^5 a^3\right);$

б) $2 \frac{1}{4} c^3 d \cdot \left(-\frac{2}{3} c d^2\right)^2;$

б) $3 \frac{3}{8} c^3 d^2 \cdot \left(-\frac{2}{3} c^2 d^2\right)^3;$

в) $(-10ab^3)^3 \cdot (-0,1a^3b^2)^3.$

в) $(-2a^2b^3)^3 \cdot (-0,5ab^4)^3.$

5

Используя свойства степени, найдите значение выражения:

$$\frac{24^5}{4^7 \cdot 81}.$$

$$\frac{18^6}{32 \cdot 27^4}.$$

6

Упростите выражение:

$$(-1)^n \cdot (-1)^n \cdot (-1)^n \cdot (-1)^n,$$

$$(-1)^{2n} \cdot (-1) : (-1),$$

где n — натуральное число.

Многочлены

С-10. МНОГОЧЛЕН. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Вариант А1

1

Вычислите значение многочлена
при $x = -1$:

$$x^2 - 2x - 3.$$

2

Приведите к стандартному виду многочлены:

а) $4x^2 + 3x - 5x^2 + x^3$;

б) $2xy \cdot 5y - 3y \cdot 3x^2$.

3

Найдите сумму и разность
многочленов:

$$2x^2 - 3x \text{ и } 5x - x^2.$$

4

Карандаш стоит x коп., а ручка — y коп. Петя купил 6 карандашей и 4 ручки, а Вася — карандаш и 2 ручки. Запишите в виде выражения,

сколько копеек уплатили
вместе Петя и Вася.

Вариант А2

$$x^2 - 6x - 7.$$

а) $-2x^2 + 3x^3 + x^2 - 5x$;

б) $6a \cdot 2ab - 4b^2 \cdot 3$.

$$4x^2 + 2x \text{ и } 3x - 2x^2.$$

на сколько копеек больше
заплатил Петя, чем Вася.

5При каком значении x разность многочленов $2,3x - 1,4$
и $2,8 - 0,7x$ равна $-4,2$?сумма многочленов $2,3x - 1,4$
и $2,8 - 0,7x$ равна $1,4$?**В а р и а н т Б 1****1**Является ли число -2 корнем
уравнения

$$-3x^2 - 5x + 2 = 0?$$

$$-5x^2 - 9x + 2 = 0?$$

2Приведите к стандартному виду
многочлены:

а) $-x + 5x^2 + 3x^3 + 4x - x^2$;

а) $4x^2 - 3x^3 - 5x^2 + x + x^3$;

б) $2x \cdot 4xy^2 - 8xy^2 - 2y^2 \cdot 3x^2$.

б) $4x^2 \cdot 3xy - 12xy - 2y \cdot 6x^3$.

3Найдите сумму и разность
многочленов:

$$x^2 - 3x - 4 \text{ и } x - 2x^2 - 1.$$

$$x^2 + x - 2 \text{ и } 3 - 3x - 2x^2.$$

4

От пристани в противоположных направлениях вышли одновременно два одинаковых катера. Собственная скорость каждого катера x км/ч, а скорость течения y км/ч. Запишите в виде выражения,

каково будет расстояние между катерами через 1 час после начала движения.

на сколько большее расстояние пройдет за 1 час катер, идущий по течению.

5

Замените M многочленом так,
чтобы получилось тождество:

$$M + (6x^2 - 3xy) = x^2 - xy + y^2.$$

$$M - (4xy + 3y^2) = x^2 + xy - y^2.$$

В а р и а н т В 1**1**

Является ли число $-\frac{1}{3}$ корнем
уравнения

$$-3x^2 + 5x + 2 = 0?$$

$$-3x^2 - 10x - 3 = 0?$$

2

Приведите к стандартному виду
многочлены:

а) $m^2 - 3m + m^3 - 4m^2 + 3m - 2$;

а) $-2m + 4m^2 - m^3 + m - m^2 + 2$;

б) $2x^2 \cdot 7xy^2 - 4xy^2 \cdot (-xy) -$
 $- 3x \cdot 5x^2y^2.$

б) $5x^3 \cdot (-3y^2) - 2x^2y \cdot 8x +$
 $+ 6x^2y^2 \cdot 3x.$

3

Найдите сумму и разность
многочленов:

$8x^2 - xy - 3y^2$ и
 $-7x^2 + xy - 3y^2.$

$-x^2 + 2xy - 2y^2$ и
 $4x^2 + 2xy + 2y^2.$

4

В первый день пути турист прошел
 x км, а в каждый последующий день
проходил на y км больше, чем в преды-
дущий. Запишите в виде выражения,

какое расстояние прошел ту-
рист за 3 дня.

какое расстояние прошел ту-
рист за второй и третий день
вместе.

5

Докажите, что сумма

двух последовательных нечетных чисел кратна 4.

трех последовательных нечетных чисел кратна 3.

**С-11. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ОДНОЧЛЕН.
ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ
ЗА СКОБКИ****Вариант А 1****1**

Выполните действия:

а) $-3x(2x - 1)$;

б) $(2a - b) \cdot 8b + 8b^2$.

2

Вынесите за скобки общий множитель:

а) $3ax + 4a$;

б) $6x^2 - 3x$.

3

Печатающая за 1 час на 3 страницы больше, чем планировалось, машинистка перепечатала книгу за 6 часов вместо 7 часов по плану. Сколько страниц в книге?

Вариант А 2

а) $(4y - 2) \cdot (-2y)$;

б) $5a(a - 2b) + 10ab$.

2

Вынесите за скобки общий множитель:

а) $2bc - 3c$;

б) $10y^3 + 2y$.

3

Машинистка затратила на перепечатку книги на 1 час меньше, чем планировала, так как печатала в час 21 страницу вместо 18 по плану. Сколько страниц в книге?

4

Решите уравнения:

а) $5x - 2(x + 1) = 13;$

б) $x - \frac{x-3}{2} = 4.$

а) $8x + 5(2 - x) = 13;$

б) $2x - \frac{x+1}{3} = 3.$

В а р и а н т Б 1**1****Выполните действия:**

а) $(-7b^2 - b + 2)(-2b^3);$

б) $0,5a(2a - b) - 0,5b(2b - a).$

а) $-3a^2(-a + 9a^2 - 2);$

б) $10x(y - 0,2x) - 10y(x - 0,2y).$

2**Вынесите за скобки
общий множитель:**

а) $2ab^2 - ab;$

б) $18x^4 + 12x^3.$

а) $7xy^3 + xy;$

б) $9y^6 - 6y^4.$

3

За 8 часов по течению моторная лодка проходит расстояние, в 2 раза большее, чем за 5 часов против течения. Какова скорость течения, если собственная скорость лодки 13,5 км/ч?

3

За 8 часов по течению моторная лодка проходит расстояние, в 2 раза большее, чем за 5 часов против течения. Какова собственная скорость лодки, если скорость течения 1,5 км/ч?

4**Решите уравнения:**

а) $3x(2x + 1) - x(6x - 1) = 10;$

б) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = 1.$

а) $x(4x - 2) - 2x(2x + 4) = 4;$

б) $\frac{3x}{5} - \frac{x+1}{2} = 1.$

Вариант В1**1**

Выполните действия:

а) $-\frac{4}{7}a \cdot \left(2,1a^3 - 0,7a + \frac{1}{4}\right);$

б) $5a(a + b) - (3a - b)b +$
 $+ 2b(b - a).$

2

Вынесите за скобки общий множитель:

а) $-a^7 - 5a^{11} - 3a^6;$

б) $8x^4y^2 - 12x^2y^3 + 4x^2y^2.$

3

У продавца было одинаковое количество гвоздик и роз. Он составил букеты из роз (по 3 цветка в букете) и из гвоздик (по 5 цветков в букете). Всего получилось 16 букетов. Сколько роз было у продавца?

4

Решите уравнения:

а) $4x^2 - 3x = 0;$

б) $\frac{6x - 1}{5} - \frac{2 - x}{4} = \frac{3x + 2}{2}.$

Вариант В2

а) $-\frac{2}{3}x^3 \cdot \left(-0,9x^2 + 1,5x - \frac{1}{2}\right);$

б) $6b(a - b) + 3b(2a - b) -$
 $-(6a - b)b.$

3

В библиотеке было столько же атласов, сколько и контурных карт. Атласы разложили в пачки по 10 штук, а карты — в пачки по 15 штук. Всего получилось 15 пачек. Сколько атласов было в библиотеке?

а) $2x^2 - 5x = 0;$

б) $\frac{2x - 3}{6} - \frac{4 - x}{3} = \frac{x - 1}{2}.$

К-4. МНОГОЧЛЕН

В а р и а н т А 1

①

Выполните действия:

а) $(x^2 + 4x) - (x^2 - 4x)$;

б) $-x(x^2 - 3x)$;

в) $2x(x + 6) - 3x(4 - x)$.

②

Вынесите общий множитель за скобки:

а) $8ab - 4ac$;

б) $x^4 + x^3$.

③

За три дня продано 50 кг риса. В первый день продано на 5 кг меньше, чем во второй, а в третий столько, сколько в первый и второй вместе. Сколько риса продано в каждый из дней?

④

Решите уравнения:

а) $x^2 - x = 0$;

б) $\frac{x+3}{4} - \frac{x}{2} = 3$.

⑤

Известно, что $2a - b = 5$. Вычислите

$4a - 2b$.

В а р и а н т А 2

а) $(2a - a^2) - (a^2 + 2a)$;

б) $(3a^2 - a) \cdot (-a)$;

в) $6x(3 - x) - 2x(x + 9)$.

а) $3xy + 6ay$;

б) $y^3 - y^4$.

③

В трех седьмых классах 30 мальчиков. В 7-А на 3 мальчика больше, чем в 7-Б, а в 7-В столько, сколько в 7-А и 7-Б вместе. Сколько мальчиков в каждом классе?

а) $x^2 + x = 0$;

б) $\frac{x-2}{6} - \frac{x}{2} = 2$.

$6a - 3b$.

В а р и а н т Б 1**1****Выполните действия:**

а) $(8a - 3a^2 + 1) - (a - 3a^2);$

б) $16a^3 - 2a^2(8a - 3);$

в) $2ab(a + b) - ab(a - b).$

2**Вынесите общий множитель
за скобки:**

а) $14xy + 21y^2;$

б) $3y^3 - 6y^6.$

3

Перевозя за день 8 т груза вместо 6 т, водитель выполнил задание на 2 дня раньше, чем планировал. Сколько тонн груза перевез водитель?

4**Решите уравнения:**

а) $x^2 + 5x = 0;$

б) $2 - \frac{x+4}{9} = \frac{x-2}{3}.$

5**Докажите, что выражение**

$8^5 + 2^{13}$ делится на 10.

В а р и а н т Б 2

а) $(4a^2 + 9a) - (a^2 - 1 + 9a);$

б) $6a^4 - 2a^2(3a^2 + a);$

в) $xy(x - y) - 2xy(x + y).$

а) $10a^2b - 25b^2;$

б) $2x^2 + 4x^4.$

3

Токарь выполнил заказ за 6 дней вместо 8 дней, так как в день вытачивал на 2 детали больше, чем планировал. Сколько деталей было заказано токарю?

а) $x^2 - 4x = 0;$

б) $4 - \frac{x+1}{6} = \frac{x+5}{2}.$

$9^6 - 3^{10}$ делится на 24.

В а р и а н т В 1**1****Выполните действия:**

а) $(x^3 + 1,3x^2 - 2x) - (1,3x + 2x^2);$

б) $4x(0,75x^2 - x) - 3x^3;$

в) $(3 - 2a)ab^2 - (ab - 3b)2ab.$

2**Вынесите общий множитель за скобки:**

а) $8a^4b^2 - 12a^2b^3 + 4a^2;$

б) $x(y - 5) - 6(5 - y).$

3

Длину прямоугольника уменьшили на 4 см и получили квадрат, площадь которого меньше площади прямоугольника на 12 см^2 . Найдите сторону квадрата.

4**Решите уравнения:**

а) $3x - 27x^2 = 0;$

б) $\frac{2x}{3} - \frac{2x+1}{6} = \frac{3x-5}{4}.$

5**Докажите, что при целом n** число $n^2 - n$ четно.**В а р и а н т В 2**

а) $(1,8x - x^2) - (x^2 - 0,2x + 2);$

б) $8y^2(y - 0,125y^2) + y^4;$

в) $(1 - y)3x^2y - (3xy - x)xy.$

а) $6x^2y^5 + 12x^5y^3 - 2y^3;$

б) $a(3 - b) - 2(b - 3).$

3

Ширину прямоугольника увеличили на 5 см и получили квадрат, площадь которого больше площади прямоугольника на 40 см^2 . Найдите сторону квадрата.

а) $4x - 20x^2 = 0;$

б) $\frac{3-x}{3} - \frac{x+1}{2} = \frac{5x}{4}.$

число $n^2 + n$ четно.

**С-12. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ.
СПОСОБ ГРУППИРОВКИ****В а р и а н т А 1****1****Упростите выражения:**

а) $(x - 2)(x + 3)$;

б) $(2x^2 - y^2)(3y^2 - x^2)$.

В а р и а н т А 2

а) $(x - 1)(x + 7)$;

б) $(a^2 - 4b^2)(b^2 - 4a^2)$.

2**Разложите на множители:**

а) $xa + xb + 6a + 6b$;

б) $x^3 - x^2 + x - 1$;

в) $ab - 2a - 2b + 4$.

а) $ac + bc + 2a + 2b$;

б) $a^3 - 2a^2 + a - 2$;

в) $3x + 9 - xy - 3y$.

3**Упростите и вычислите
при $x = -3$:**

$2 - (x - 1)(x + 1)$.

$5 - (2 + x)(2 - x)$.

4**Решите уравнение:**

$(3 - x)(x + 4) + x^2 = 0$.

$(4 - x)(x + 5) + x^2 = 0$.

В а р и а н т Б 1**1****Упростите выражения:**

а) $(4x - 3)(8x + 6)$;

б) $2y(y^2 - 1)(2 + y)$.

В а р и а н т Б 2

а) $(6x + 4)(2 - 3x)$;

б) $x^2(x - 3)(2 + x^2)$.

2**Разложите на множители:**

а) $ax + 3ay + 5x + 15y$;

а) $2bc + ac + 6b + 3a$;

б) $x^5 + 2x^4 - x - 2$;

б) $x^4 + 3x^3 - x - 3$;

в) $ab - ac - a^2 + bc$.

в) $xy - a^2 - ax + ay$.

3**Упростите и вычислите****при $y = \frac{1}{9}$:**

$4y^3 - (1 + 2y)(2y^2 - y).$

$y^3 - (3y + y^2)(y - 3).$

4**Решите уравнение:**

$(1 - x)(2 - x) = (x + 3)(x - 4).$

$(2 - x)(3 - x) = (x + 2)(x - 5).$

В а р и а н т В 1**1****Упростите выражения:**

а) $(9 + a^2 - 3a)(a^2 + 3a)$;

а) $(x^2 - 2x)(2x + 4 + x^2)$;

б) $(a - 2)(a - 3)(a + 1)$.

б) $(a + 2)(a + 3)(a - 1)$.

2**Разложите на множители:**

а) $2xy - 3ay + 2x^2 - 3ax$;

а) $4ab - bc + 4a^2 - ac$;

б) $a^2b^2 + 2a^2b - 2ab - ab^2$;

б) $x^2y - xy^2 - xy + x^2$;

в) $(x - y)^2 + 3(y - x)$.

в) $(a - 2)^2 - 5(2 - a)$.

3

Упростите и вычислите

при $b = 1\frac{1}{7}$:

$$2(2 - b)(b^2 + 2b) + \\ + (2b^2 - 4b)(b + 2).$$

$$b(2 - 2b)(b + 3) + \\ + (b - 1)(2b^2 + 6b).$$

4

Решите уравнение:

$$x^2 + 8x + 7 = 0.$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0.$$

Дополнительные задания

1

Разложите на множители многочлены:

а) $a^2b - a - ab^2 + b - 2ab + 2$;

б) $abx^2 + bxy - axy - y^2$;

в) $a^{k+1} - a + a^k - 1$;

г) $a^{2n+1} - a^{n+1} + a^n - 1$;

д) $x^4 + 16x^2 + 28$.

2

Вокруг дачного домика, длина которого на 2 м больше ширины, заасфальтировали дорожку шириной в 1 м. Площадь дорожки на 16 м² меньше площади под домом. Найдите длину и ширину домика.

К-5. УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ. СПОСОБ ГРУППИРОВКИ

В а р и а н т А 1

1

Упростите выражения:

а) $(2x + 1)(x - 1)$;

б) $(3 - y^2)(y - 4)$;

в) $a^2 + (2 - a)(a + 5)$;

г) $(b - 1)(b^2 + b - 2)$.

2

Разложите на множители:

а) $xy + 3y + xa + 3a$;

б) $2a - ab + 6 - 3b$.

а) $(x + 2)(2x - 1)$;

б) $(2 - y)(y^2 + 3)$;

в) $(a + 4)(1 - a) + a^2$;

г) $(b + 2)(b^2 - b + 2)$.

3

Докажите тождество:

$3x(1 - 2x)(2x + 1) = 3x - 12x^3$.

$2x(2 - 3x)(3x + 2) = 8x - 18x^3$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $x^3 + 4x^2 - x - 4$;

б) $a^3 - 3ab - 2a^2b + 6b^2$.

а) $2x^3 + x^2 - 2x - 1$;

б) $4ab - b^3 - 8a^2 + 2ab^2$.

5

Квадрат задуманного числа на 14 меньше, чем произведение двух чисел, больших задуманного на 1 и на 2 соответственно. Найдите задуманное число.

5

Квадрат задуманного числа на 16 больше, чем произведение двух чисел, меньших задуманного на 1 и на 2 соответственно. Найдите задуманное число.

В а р и а н т Б 1**1****Упростите выражения:**

а) $(2x - 5)(3x + 4)$;

б) $(x - 3y)(2y - 5x)$;

в) $a(a - 5) - (a - 2)(a - 3)$;

г) $(2b + 1)(4b^2 - 2b + 1)$.

2**Разложите на множители:**

а) $x^3 + 2x^2 + x + 2$;

б) $4x - 4y + xy - y^2$.

3**Докажите тождество:**

$$\begin{aligned} 2x^2(4x^2 - 3)(3 + 4x^2) &= \\ &= 32x^6 - 18x^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x^3(2x^2 + 5)(5 - 2x^2) &= \\ &= 75x^3 - 12x^7. \end{aligned}$$

4**Представьте в виде произведения:**

а) $a^2 - bc + ab - ac$;

б) $3a + ab^2 - a^2b - 3b$.

а) $cb - ab - ca + b^2$;

б) $a^2b - 2b + ab^2 - 2a$.

5

Если длину прямоугольника уменьшить на 2 см, а ширину увеличить на 1 см, то получится квадрат, площадь которого на 4 см^2 меньше площади прямоугольника. Найдите сторону квадрата.

5

Сторона квадрата на 2 см меньше одной из сторон прямоугольника и на 3 см больше другой. Найдите сторону квадрата, если его площадь на 10 см^2 больше площади прямоугольника.

Вариант В 1**Вариант В 2****1****Упростите выражения:**

а) $(3x^2 + y)(2y - 5x^2);$

б) $(7x - 1)(x^2 - 4x + 2);$

в) $(a^2 + b^2)(2a - b) - ab(b - a);$

г) $-8b(b + 3)(2 - b^2).$

а) $(4x^2 + 3y)(y - 2x^2);$

б) $(5x + 2)(x^2 - 2x - 3);$

в) $(a^2 - b^2)(2a + b) - ab(a - b);$

г) $-3b(1 - b^2)(5b + 2).$

2**Разложите на множители:**

а) $2x^5 + 5x^4 - 2x^2 - 5x;$

б) $3a - 3b + (a - b)^2.$

а) $x^7 + 9x^6 - x^2 - 9x;$

б) $(a + b)^2 + 2a + 2b.$

3**Докажите тождество:**

$x^5 + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1).$

$x^4 - 1 = (x + 1)(x^3 - x^2 + x - 1).$

4**Представьте в виде произведения:**

а) $x^2 - 2xy + x - xz + 2yz - z;$

б) $a^3 - ab - a^2b + a^2.$

а) $x^2 + xy - x - ax - ay + a;$

б) $ab^2 - b^2 - ab + b^3.$

5

Найдите три последовательных натуральных числа, если произведение двух меньших чисел меньше произведения двух больших на 14.

5

Найдите три последовательных натуральных числа, если квадрат наименьшего из них на 20 меньше произведения двух других чисел.

Формулы сокращенного умножения

С-13. КВАДРАТ СУММЫ И КВАДРАТ РАЗНОСТИ

Вариант А 1

1

Выполните действия:

а) $(4 + a)^2$;

б) $(2x - 1)^2$;

в) $(2a + 3b)^2$;

г) $(x^3 - 3)^2$.

Вариант А 2

а) $(5 + x)^2$;

б) $(1 - 3x)^2$;

в) $(3a - 10b)^2$;

г) $(x^2 + 4)^2$.

2

Представьте трехчлен в виде
квадрата двучлена:

а) $x^2 + 6x + 9$;

б) $25x^2 - 10x + y^2$.

а) $4 + 4a + a^2$;

б) $a^2 - 8ab + 16b^2$.

3

Упростите выражения:

а) $(4x + 3)^2 - 24x$;

б) $18c^2 - 2(3c - 1)^2$.

а) $(2x - 5)^2 + 20x$;

б) $36c - 3(1 + 6c)^2$.

Вариант Б 1

1

Выполните действия:

а) $(11 - x)^2$;

б) $(2x + 0,5)^2$;

в) $(-3a + 2b)^2$;

г) $(a^2 + b^3)^2$.

Вариант Б 2

а) $(y + 15)^2$;

б) $(5x - 0,2)^2$;

в) $(-2a + 7b)^2$;

г) $(a^3 + b^4)^2$.

2

Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:

а) $x^2 + 49 - 14x$;

а) $12x + x^2 + 36$;

б) $25y^2 + 20xy + 4x^2$.

б) $16x^2 - 24xy + 9y^2$.

3

Упростите выражения:

а) $(5x - 3y)^2 + 30xy$;

а) $(6a + 2b)^2 - 24ab$;

б) $4x^4 - 2(x^4 + 1)^2$.

б) $-6x^3 - 3(x^3 - 1)^2$.

Вариант В 1**Вариант В 2****1**

Выполните действия:

а) $\left(2y + \frac{1}{4}\right)^2$;

а) $\left(3x - \frac{1}{3}\right)^2$;

б) $(-7x - 1)^2$;

б) $(-6x - 1)^2$;

в) $(a^2 - 2b)^2$;

в) $(4a - b^2)^2$;

г) $(8x + x^3)^2$.

г) $(x^4 - 9x)^2$.

2

Представьте трехчлен двумя способами в виде квадрата двучлена:

а) $100x^2 + 1 - 20x$;

а) $1 + 81y^2 - 18y$;

б) $x^4 + 4y^2 + 4x^2y$.

б) $8ab^3 + 16a^2 + b^6$.

3

Раскройте скобки:

а) $(3a - b)^2 - (3a + b)^2$;

а) $(2x + y)^2 - (2x - y)^2$;

б) $(a + (b - c))^2$.

б) $(c - (a + b))^2$.

С-14. РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ. СУММА И РАЗНОСТЬ КУБОВ

В а р и а н т А 1

1

Упростите выражения:

а) $(3 - a)(3 + a)$;

б) $(b + 2a)(2a - b)$;

в) $(x^2 - 1)(1 + x^2)$.

а) $(a - 4)(a + 4)$;

б) $(5x + y)(y - 5x)$;

в) $(1 - x^3)(x^3 + 1)$.

2

Разложите на множители:

а) $y^2 - 100$;

б) $-0,16x^2 + y^2$;

в) $a^4 - 25$.

а) $49 - x^2$;

б) $-0,01a^2 + b^2$;

в) $9 - a^4$.

3

Решите уравнения:

а) $(x - 1)(x + 1) - x(x - 2) = 0$;

б) $x^2 - 4 = 0$.

а) $(x + 2)(x - 2) - x(x - 3) = 0$;

б) $x^2 - 1 = 0$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $y^3 + 8$;

б) $a^3 - 1$.

а) $y^3 + 1000$;

б) $b^3 - 8$.

В а р и а н т Б 1

1

Упростите выражения:

а) $(x - 12)(x + 12)$;

а) $(14 + x)(14 - x)$;

В а р и а н т Б 2

б) $(3a + 2b)(2b - 3a)$;

в) $(-4n^3 + n)(n + 4n^3)$.

б) $(5a + 3b)(3b - 5a)$;

в) $(2n^2 + n)(-2n^2 + n)$.

2**Разложите на множители:**

а) $400 - y^2$;

б) $-0,25x^2 + y^2z^2$;

в) $(x + 1)^2 - 4$.

а) $x^2 - 121$;

б) $-0,04a^2 + b^2c^2$;

в) $(x - 1)^2 - 9$.

3**Решите уравнения:**

а) $x^2 - (x + 3)(x - 3) = 3x$;

б) $4x^2 - 9 = 0$.

а) $x^2 - (x - 4)(x + 4) = 2x$;

б) $25x^2 - 16 = 0$.

4**Представьте в виде произведения:**

а) $27x^3 - y^3$;

б) $y^3 + 64$.

а) $8a^3 + y^3$;

б) $x^3 - 125$.

Вариант В 1**1****Упростите выражения:**

а) $(5a + 0,2)(0,2 - 5a)$;

б) $(-6a - 2b)(6a - 2b)$;

в) $(b^2 + 4)(b - 2)(b + 2)$.

а) $(10x + 0,3)(0,3 - 10x)$;

б) $(7a - 3b)(-7a - 3b)$;

в) $(x^2 + 9)(x + 3)(x - 3)$.

2**Разложите на множители:**

а) $-a^4 + 16$;

б) $64x^2 - (x - 1)^2$;

в) $(3x - 3)^2 - (x + 2)^2$.

а) $-a^4 + 81$;

б) $25x^2 - (x + y)^2$;

в) $(3x - 2)^2 - (x + 1)^2$.

3

Решите уравнения:

а) $(2x - 1)^2 - 4(x - 2)(x + 2) = 0$;

а) $(3x + 1)^2 - 9(x + 1)(x - 1) = 0$;

б) $\frac{1}{4}x^2 = 0,16$.

б) $\frac{1}{9}x^2 = 0,81$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $8x^3 + 0,064y^3$;

а) $27x^3 + 0,008y^3$;

б) $x^6 - 64$.

б) $1 - x^6$.

С-15. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЦЕЛОГО ВЫРАЖЕНИЯ В МНОГОЧЛЕН. СПОСОБЫ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ

В а р и а н т А 1

В а р и а н т А 2

1

Разложите на множители:

а) $2y^2 - 18$;

а) $3y^2 - 27$;

б) $2x^2 - 12x + 18$.

б) $3x^2 + 12x + 12$.

2

Упростите выражения:

а) $(2a + 3)(a - 3) - 2a(4 + a)$;

а) $(5 - a)(3a + 1) - 3a(4 - a)$;

б) $(1 - x)(x + 1) + (x - 1)^2$.

б) $(2 - x)(x + 2) + (x + 2)^2$.

3

Докажите тождество:

$x^4 - 27x = (x^2 - 3x)(x^2 + 3x + 9)$.

$x^5 + 8x^2 = (x^3 + 2x^2)(x^2 - 2x + 4)$.

В а р и а н т Б 1**1****Разложите на множители:**

а) $64a - a^3$;

б) $x^3 - 10x^2 + 25x$.

а) $y^5 - 25y^3$;

б) $16x + 8x^2 + x^3$.

2**Упростите выражения:**

а) $(a+b)(a-2b) + (2b-a)(2b+a)$;

б) $(3x+2)^2 - (3x-1)^2$.

а) $(3a-b)(a+b) + (b-3a)(b+3a)$;

б) $(2x+3)^2 - (2x-1)^2$.

3**Докажите тождество:**

$$(x^2+3)^2 = (x^2-3)(x^2+3) + 6(x^2+3).$$

$$(4-x^2)^2 = (4-x^2)(4+x^2) + 2x^2(x^2-4).$$

В а р и а н т В 1**1****Разложите на множители:**

а) $x^3 - xy^2 - 6y^2 + 6x^2$;

б) $8x^4y - xy^4$.

а) $a^3 - 2a^2 + 18 - 9a$;

б) $a^5b^2 + 27a^2b^5$.

2**Упростите выражения:**

а) $(2x+3)(2x-1) - (2x+1)(2x-1)$;

б) $(3a-3b)^2 - 3(a-b)^2$.

а) $(3x+1)(x-1) - (3x-1)(3x+1)$;

б) $(2a+2b)^2 - 2(a+b)^2$.

3**Докажите тождество:**

$$(a^2+4)^2 - 16a^2 =$$

$$= (a+2)^2(a-2)^2.$$

$$(4a+1)^2(4a-1)^2 =$$

$$= (16a^2+1)^2 - 64a^2.$$

В а р и а н т В 2

С-16*. ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С МНОГОЧЛЕНАМИ (домашняя самостоятельная работа)

В а р и а н т 1

1

Разложите на множители:

а) $30x - 9x^2 - 70y + 49y^2$;

б) $20a^2 - 45b^2 + 30b - 5$;

в) $x^4 + 4x^2 + 3$;

г) $a^2 - 3ab + 2b^2$;

д) $28x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

В а р и а н т 2

а) $64x^2 - 48x - 25y^2 - 30y$;

б) $18a^2 + 24a + 8 - 200b^2$;

в) $x^4 + 8x^2 + 15$;

г) $a^2 + 4ab + 3b^2$;

д) $126x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

2

Докажите, что при любых
значениях переменных многочлен

$$x^2 + 2x + y^2 - 4y + 5$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y + 13$$

принимает неотрицательные
значения.

3

Решите уравнения:

а) $x^2 - 2|x| + 1 = 0$;

б) $(x + 1)^2 - 6|x + 1| + 9 = 0$;

в) $x^3 + |x| = 0$;

г) $|x| + x + |x| \cdot x = 0$;

а) $x^2 - 4|x| + 4 = 0$;

б) $(x - 3)^2 - 10|x - 3| + 25 = 0$;

в) $x^3 - |x| = 0$;

г) $|x| - x - |x| \cdot x = 0$;

д) $|x| \cdot x - x + 2|x| - 2 = 0;$

д) $|x| \cdot x - 3|x| - x + 3 = 0;$

е) $x^2 + x + 1 = |x|^0.$

е) $x^2 - x + 1 = |x|^0.$

4**Докажите, что при любом натуральном n**

а) $(n^2 + n)(n + 2)$ кратно 3;

а) $8n^3 - 2n$ кратно 3;

б) $n^3 - n$ кратно 6;

б) $(n^2 + n)(n + 5)$ кратно 6;

в) если $n^2 - 1$ четно, то $n^2 - 1$ делится на 8;

в) если $n^3 - 4n$ четно, то $n^3 - 4n$ делится на 48;

г) $5^n - 1$ кратно 4;

г) $10^n - 1$ кратно 9;

д) если n нечетно, то $1 + 2^n + 7^n + 8^n$ кратно 9.

д) если n нечетно, то $6^n + 4^n + 3^n + 1$ кратно 7.

К-6. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

Вариант А1

1**Упростите выражения:**

а) $(c - 2)(c + 3) - c^2;$

а) $(c + 4)(c - 1) - c^2;$

б) $7(x + 8) + (x + 8)(x - 8);$

б) $5(x - 4) - (x + 4)(x - 4);$

в) $(x + 5)4x - (2x + 5)^2.$

в) $(3 - 4x)16x + (8x - 3)^2.$

2**Разложите на множители:**

а) $8x^2 - 8y^2;$

а) $ax^2 - ay^2;$

б) $-a^2 + 6a - 9$;

в) $ab^3 - ba^3$.

б) $-x^2 - 10x - 25$;

в) $a^4b^2 - b^4a^2$.

3

Решите уравнение:

$x(x - 2)(x + 1) = x^2(x - 1)$.

$x(x + 3)(x - 1) = x^2(x + 2)$.

4

Представьте в виде произведения:

а) $3x - 3y + x^2y - xy^2$;

б) $a^3 - 8$.

а) $x^2y + xy^2 - 2x - 2y$;

б) $a^3 + 27$.

5

Докажите, что при любых значениях x и y значение выражения неотрицательно:

$4x^2 - 20xy + 25y^2$.

$9x^2 + 24xy + 16y^2$.

В а р и а н т Б 1

1

Упростите выражения:

а) $-3x(2 - x) + (3x + 1)(x - 2)$;

б) $3(2x - 1)^2 + 12x$;

в) $(x + 3)^2 - (x - 2)(x + 2)$.

а) $-2x(1 - x) + (2x - 3)(x - 1)$;

б) $4(1 + 3x)^2 - 24x$;

в) $(x + 4)(x - 4) - (x - 3)^2$.

2

Разложите на множители:

а) $36x^3 - x$;

б) $2a^2 + 8ab + 8b^2$;

в) $a^4 - 1$.

а) $y - 100y^3$;

б) $7a^2 - 14ab + 7b^2$;

в) $16 - y^4$.

В а р и а н т Б 2

3

Решите уравнение:

$$(x^2 - 1)(x^2 + 3) = (x^2 + 1)^2 + x.$$

$$(x^2 - 6)(x^2 + 2) = (x^2 - 2)^2 - x.$$

4

Представьте в виде произведения:

а) $x^3 - xy^2 + 3y^2 - 3x^2$;

а) $xy^2 - x + 5 - 5y^2$;

б) $8m^4 - m^7$.

б) $m^8 + 27m^5$.

5Докажите, что при любых значениях x выражение принимает положительные значения:

$$x^2 - 10x + 29.$$

$$x^2 + 8x + 19.$$

В а р и а н т В 1**1**

Упростите выражения:

а) $(1 - 2x)(4x^2 + 2x + 1) + 8x^3$;

а) $(1 + 3x)(9x^2 - 3x + 1) - 27x^3$;

б) $(2 - x)(2 + x)(x - 1) + x^2(x - 1)$;

б) $(x + 2)(3 + x)(3 - x) + x^2(x + 2)$;

в) $(x - 5)^2 - 4(x + 5)^2$.

в) $(x + 4)^2 - 9(x - 4)^2$.

2

Разложите на множители:

а) $-3x^2 - 12x - 12$;

а) $-5x^2 + 30x - 45$;

б) $24y^5 - 3y^2$;

б) $2y^4 + 54y$;

в) $162b^3 - 2a^2b$.

в) $3xy^2 - 147x^3$.

3

Решите уравнение:

$$y^3 + 3y^2 - y - 3 = 0.$$

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0.$$

4

Представьте в виде произведения:

а) $(x^2 + 2)^2 - 4(x^2 + 2) + 4$;

а) $(x^2 - 1)^2 + 6(x^2 - 1) + 9$;

б) $a^2 - x^2 - 6x - 9$.

б) $a^2 - x^2 + 4x - 4$.

5

При каких значениях y выражение

$-y^2 + 4y - 5$.

$-y^2 - 2y - 3$.

принимает наибольшее значение?

Найдите это значение.

Системы линейных уравнений

С-17. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ. УРАВНЕНИЯ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ. СПОСОБ ПОДСТАНОВКИ

Вариант А1

1

Решите графически систему уравнений. Выполните проверку, подставив найденные решения в уравнения системы:

$$\begin{cases} y - 1 = x, \\ y = 3 - x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 2 = x, \\ y = 2x. \end{cases}$$

2

Решите систему способом подстановки:

$$\begin{cases} x = y - 3, \\ 2y - x = 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5 - x, \\ 3x - y = 11. \end{cases}$$

3

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений:

$$5x - 2y = 0 \text{ и } x + 2y = 12.$$

$$4x + 3y = 0 \text{ и } x - 3y = 15.$$

4

График уравнения $x - y = a$
проходит через точку

$K(-2; 3).$

$K(4; -1).$

Найдите число a .

В а р и а н т Б 1**В а р и а н т Б 2****1**

Решите графически систему
уравнений. Выполните проверку,
подставив найденные решения
в уравнения системы:

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ x - 3y = -2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 2, \\ x + 2y = 10. \end{cases}$$

2

Решите систему способом
подстановки:

$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ 9x - 4y = -7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y = 6, \\ 2y - 5x = -4. \end{cases}$$

3

Не выполняя построений, найдите
координаты точки пересечения гра-
фиков уравнений:

$2x + 3y = -1 \text{ и } 8x - 6y = 14.$

$3x - 2y = 4 \text{ и } 6x + 4y = 16.$

4

Определите, имеет ли данная система
решения и сколько:

$$\begin{cases} x - 3y = 2, \\ 6y - 2x = -4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 6y = 2, \\ 3y - 2x = 1. \end{cases}$$

В а р и а н т В 1**1**

Решите графически систему уравнений. Выполните проверку, подставив найденные решения в уравнения системы:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7, \\ 2y + 5x = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 3y = 1, \\ 5y - 8x = 2. \end{cases}$$

2

Решите систему способом подстановки:

$$\begin{cases} 3(x + y) + 1 = x + 4y, \\ 7 - 2(x - y) = x - 8y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + 2(x - y) = 3x - 4y, \\ 10 - 4(x + y) = 3y - 3x. \end{cases}$$

2

Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений:

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{6} = 1 \text{ и } \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 3.$$

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{9} = 3 \text{ и } \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = -2.$$

4

Определите, при каком значении a данная система имеет бесконечно много решений:

$$\begin{cases} 3x - 5y = 4, \\ ax + 15y = -12. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 3y = -1, \\ 4x + ay = 2. \end{cases}$$

**С-18. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.
СПОСОБ СЛОЖЕНИЯ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ
С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ**

В а р и а н т А 1

1

Решите систему способом сложения:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4, \\ 5x + 2y = 12. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 10, \\ -2x + 5y = 6. \end{cases}$$

2

Решите задачу с помощью системы уравнений.

Периметр прямоугольника равен 26 см. Его длина на 3 см больше ширины. Найдите стороны прямоугольника.

Периметр прямоугольника равен 16 см. Его ширина на 4 см меньше длины. Найдите стороны прямоугольника.

3

Решите систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x + y) = 8, \\ \frac{1}{4}(x - y) = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{6}(x + y) = 4, \\ \frac{1}{3}(x - y) = 8. \end{cases}$$

В а р и а н т Б 1**1**

Решите систему способом сложения:

$$\begin{cases} x - 4y = 9, \\ 3x + 2y = 13. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 6, \\ -4x + 3y = 8. \end{cases}$$

2

Решите задачу с помощью системы уравнений.

Туристическую группу из 42 человек расселили в двух- и трехместные номера. Всего было занято 16 номеров. Сколько среди них было двухместных и сколько трехместных?

За покупку канцтоваров на сумму 65 коп. Таня расплатилась пяти- и десятикопеечными монетами. Всего она отдала 9 монет. Сколько среди них было пятикопеечных и сколько десятикопеечных?

3

Решите систему:

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{5} = \frac{y-1}{2}, \\ 4x + 5y = 23. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x-5}{3} = \frac{3y+2}{4}, \\ 4x + 9y = -10. \end{cases}$$

В а р и а н т В 1**1**

Решите систему способом сложения:

$$\begin{cases} 2x - 7y = 3, \\ 3x + 4y = -10. \end{cases}$$

В а р и а н т В 2

$$\begin{cases} 5x + 2y = -9, \\ 4x - 5y = 6. \end{cases}$$

2

Решите задачу с помощью системы уравнений.

Сумма цифр двузначного числа равна 7. Если эти цифры поменять местами, то получится число, большее данного на 45. Найдите данное число.

Сумма цифр двузначного числа равна 11. Если эти цифры поменять местами, то получится число, меньшее данного на 9. Найдите данное число.

3

Решите систему:

$$\begin{cases} x + y = 3, \\ z - y = 4, \\ x - z = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 9, \\ x + y - z = 7, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

**С-19*. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ
С НЕСКОЛЬКИМИ ПЕРЕМЕННЫМИ
(домашняя самостоятельная работа)**

В а р и а н т 1

1

Постройте графики уравнений:

а) $x^2 + xy = 0$;

б) $9x^2 - y^2 = 0$;

в) $xy + 3y - 5x = 15$;

В а р и а н т 2

а) $2x^2 - xy = 0$;

б) $y^2 - 4x^2 = 0$;

в) $3x - xy + 3 = y$;

г) $x^2 + 4x + 4 + y^2 = 0;$

г) $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0;$

д) $|x - y - 1| + x^2 + 2xy + y^2 = 0;$

д) $x^2 - 2xy + y^2 + |x + y - 2| = 0;$

е) $|y| = x + 1;$

е) $|y| = x - 1;$

ж) $|y| = |x|;$

ж) $x^2 = y^2;$

з) $\frac{|y|}{y} = |x| \cdot x;$

з) $\frac{|x|}{x} = |y| \cdot y;$

и) $x = y^2 - 1;$

и) $x = y^2 + 1;$

к) $y + |y| = x.$

к) $|y| - y = x.$

2**Решите системы уравнений:**

а)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5, \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -5; \end{cases}$$

а)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5, \\ \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = 11; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x - y - z = 0, \\ x + y - z = 4, \\ x + y + z = 6. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x + y - z = 5, \\ x - y + z = 3, \\ x - y - z = -1. \end{cases}$$

3**Решите уравнение****— в натуральных числах:**

а) $2x + 3y = 7;$

а) $3x + 2y = 7;$

б) $4x^2 - y^2 = 11;$

б) $x^2 - 4y^2 = 5;$

— в целых числах:

в) $(x + 1)(y + 2) = 3$;

в) $(x - 2)(y - 1) = 5$;

г) $xy + x + y = 1$.

г) $xy - x - y = 2$.

К-7. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

В а р и а н т А 1

①

Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} a + b = 6, \\ 5a - 2b = 9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ x + 3y = 7. \end{cases}$

②

На 1 плащ и 3 куртки пошло 9 м ткани, а на 2 плаща и 5 курток — 16 м. Сколько ткани требуется на пошив плаща и сколько — на пошив куртки?

③

Прямая $y = kx + b$ проходит через точки A и B . Найдите числа k и b и запишите уравнение этой прямой, если

$A(0; 2), B(3; -1).$

В а р и а н т А 2

а) $\begin{cases} a + b = 7, \\ 5a - 3b = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 3x - y = 5. \end{cases}$

②

За 1 булку и 4 бублика заплатили 68 коп., а за 2 булки и 3 бублика — 76 коп. Найдите цену булки и цену бублика.

$A(2; -5), B(0; 1).$

4

Найдите значения a и b ,
при которых решением
системы уравнений является
пара $x = 1, y = 1$:

$$\begin{cases} ax + 4y = 6, \\ bx - 3y = -2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + ay = 5, \\ 7x - by = 6. \end{cases}$$

Вариант Б1**1**

Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} 2a + 3b = 10, \\ a - 2b = -9; \end{cases}$

а) $\begin{cases} a + 2b = 5, \\ 3a - b = 8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x - 5y = 9, \\ 4x + 2y = 6. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x - 2y = 8, \\ 6x + 3y = 9. \end{cases}$

2

2 гири и 3 гантели весят 47 кг, а 3 гири тяжелее 6 гантелей на 18 кг. Сколько весит гиря и сколько — гантель?

2

4 блокнота и 3 ручки стоят 90 коп., а 3 блокнота дороже 2 ручек на 25 коп. Найдите цену блокнота и цену ручки.

3

График линейной функции проходит через точки A и B . Задайте эту функцию формулой, если:

$A(-5; 32)$ и $B(3; -8)$.

$A(4; -5)$ и $B(-2; 19)$.

4

Разность квадратов двух натуральных чисел равна 25, а сумма этих чисел тоже равна 25. Найдите эти числа.

4

Разность квадратов двух натуральных чисел равна 64, а разность самих чисел равна 2. Найдите эти числа.

Вариант В 1**1**

Решите системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} a - 3b + 2 = 0, \\ 2a - 4b + 1 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5(x + y) - 7(x - y) = 10, \\ 4(x + y) + 3(x - y) = 51. \end{cases}$$

2

Катер за 3 ч по течению и 5 ч против течения проходит 76 км. Найдите скорость течения и собственную скорость катера, если за 6 ч по течению катер проходит столько же, сколько за 9 ч против течения.

3

График линейной функции проходит через точки A и B . Задайте эту функцию формулой, если:

$A(4; 2)$ и $B(-4; 0)$.

$A(2; -1)$ и $B(-2; -3)$.

4

Решите уравнение:

$$|x + y - 2| + x^2 - 2xy + y^2 = 0.$$

$$|x - y - 3| + x^2 - 4xy + 4y^2 = 0.$$

К-8. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**В а р и а н т А 1****1****Упростите выражения:**

а) $4x^4 \cdot (-2x^2)^3$;

б) $(3x - 1)(3x + 1) + (3x + 1)^2$.

2**Разложите на множители:**

а) $25a - ab^2$;

б) $3a^2 - 6a + 3$.

3**Решите уравнение:**

$$\frac{x - 4}{2} + 3x = 5.$$

$$\frac{x + 2}{3} - 4x = 8.$$

4

Одно полотно разрезали на 5 равных частей, а другое, длина которого на 10 м больше, на 7 таких же частей. Какова длина каждого полотна?

4

Муку рассыпали в 8 одинаковых по весу пакетов, а сахар — в 6 таких же пакетов. Сколько весит мука и сколько весит сахар, если сахара было на 10 кг меньше?

5**Постройте график функции**

$$y = 2x - 3.$$

$$y = 3x - 5.$$

Найдите координаты точки пересечения этого графика с прямой

$$y = -5x + 11.$$

В а р и а н т Б 1**1**

Упростите выражения:

а) $5xy^3 \cdot (-2x^2y)^4$;

б) $(2y - 3x)^2 - (3x + 2y)(2y - 3x)$.

2

Разложите на множители:

а) $4ab^3 - a^3b$;

б) $-9b - 6b^2 - b^3$.

3

Решите уравнение:

$$\frac{5-x}{2} + \frac{4x-3}{3} = 4.$$

$$\frac{5x-4}{4} - \frac{x+2}{3} = 2.$$

4

Расстояние по реке между пунктами А и В туда и обратно катер проходит за 8 часов. Найдите это расстояние, если собственная скорость катера 8 км/ч, а скорость течения 2 км/ч.

4

Над выполнением заказа ученик работал 8 часов, а мастер выполнил такой же заказ за 6 часов. Сколько деталей составляет заказ, если мастер и ученик за 1 час вместе изготовляют 7 деталей?

5

Постройте график функции

$$y = 3x - 5.$$

$$y = 4x - 7.$$

Найдите координаты точки пересечения этого графика с прямой

$$y = x + 83.$$

Вариант В 1**Вариант В 2****1**

Упростите выражения:

а) $(2x^2y)^3 \cdot (-xy^3)^2$;

а) $(-x^3y^2)^4 \cdot (3xy^2)^3$;

б) $(-x - 7y)^2 - (x + 7y)(7y - x)$.

б) $(3x + 5y)(5y - 3x) + (-3x - 5y)^2$.

2

Разложите на множители:

а) $27a^2 - a^5$;

а) $x^4 - 125x$;

б) $a^2 + 2ab + b^2 - 9$.

б) $a^2 + 4ab + 4b^2 - 9$.

3

Решите уравнение:

$$\frac{x-2}{5} - \frac{3x+2}{6} = \frac{2}{3} - x.$$

$$\frac{x}{4} + \frac{2x-1}{9} - 2 = \frac{x-9}{6}.$$

4

В первый день велосипедист проехал на 30 км больше, чем во второй. Какое расстояние он проехал за два дня, если на весь путь затрачено 5 часов, причем в первый день он ехал со скоростью 20 км/ч, а во второй — 15 км/ч.

4

Лодка прошла по озеру на 9 км больше, чем по течению реки, затратив на весь путь 9 часов. Какое общее расстояние прошла лодка, если ее скорость по озеру 6 км/ч, а скорость течения — 3 км/ч.

5

Постройте график уравнения

$$2x - 3y = 5.$$

$$4x + 3y = 7.$$

Найдите на графике точки, у которых абсцисса и ордината равны по модулю.

Геометрия

Геометрия

(по учебнику Погорелова)

Основные свойства простейших геометрических фигур

СП-1. ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

Вариант А1

①

На отрезке AB выбраны точки C и D . Найдите длину отрезка CD , если $AB = 12$ см, $AC = 3$ см, $BD = 4$ см.

②

На отрезке AB длиной 36 см выбрана точка K . Найдите длины отрезков AK и BK , если AK больше BK на 4 см.

③

На прямой отмечены точки A , B , C так, что $AB = 27$ м,

Вариант А2

①

На отрезке AB выбрана точка C , а на отрезке CB — точка D . Найдите длину отрезка BD , если $AB = 15$ см, $CD = 7$ см, $AC = 6$ см.

②

На отрезке AB длиной 36 см выбрана точка K . Найдите длины отрезков AK и BK , если AK больше BK в 3 раза.

③

На прямой отмечены точки A , B , C так, что $AB = 7$ м,

$AC = 11$ м, $BC = 16$ м. Какая из этих точек лежит между двумя другими?

Вариант Б 1

①

На отрезке AB выбраны точки M и N . Известно, что $AB = 12$ см, $AM = 8$ см, $BN = 10$ см. Найдите длину отрезка MN .

②

На отрезке AB длиной 36 см выбрана точка K . Найдите длины отрезков AK и BK , если $AK:BK = 4:5$.

③

Дан отрезок $AB = 16$ см. Точка M — середина отрезка AB , точка K — середина отрезка MB . Найдите длину отрезка AK .

Вариант В 1

①

На прямой AB выбрана точка C . Известно, что $AB = 9$ см, $BC = 4$ см. Какую длину может иметь отрезок AC ?

$AC = 21$ м, $BC = 28$ м. Какая из этих точек лежит между двумя другими?

Вариант Б 2

①

На отрезке AB длиной 12 см выбрана точка C так, что $AC = 10$ см, и точка D так, что $CD = 5$ см. Найдите длину отрезка BD .

②

На отрезке MN длиной 36 см выбрана точка K . Найдите длины отрезков MK и NK , если $MK:NK = 7:5$.

③

Точка M — середина отрезка AB , точка K — середина отрезка MB . Найдите длину отрезка AK , если $BK = 3$ см.

Вариант В 2

①

На прямой AB выбрана точка C . Известно, что $AB = 5$ см, $AC = 7$ см. Какую длину может иметь отрезок BC ?

②

На отрезке AB длиной 36 см выбрана точка K . Найдите длины отрезков AK и BK , если $\frac{1}{2} AK$ равна $\frac{1}{4} BK$.

③

На отрезке $AB = 40$ см выбрана точка P . Найдите расстояние между серединами отрезков AP и PB .

②

На отрезке AB длиной 21 см выбрана точка K . Найдите длины отрезков AK и BK , если $\frac{1}{4} AK$ равна $\frac{1}{3} BK$.

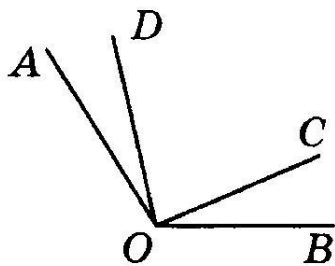
③

На отрезке AB выбрана точка P . Расстояние между серединами отрезков AP и PB равно 20 см. Найдите длину отрезка AB .

СП-2. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

Вариант А1

①



Дано:

$$\angle AOB = 122^\circ;$$

$$\angle AOD = 19^\circ;$$

$$\angle COB = 23^\circ.$$

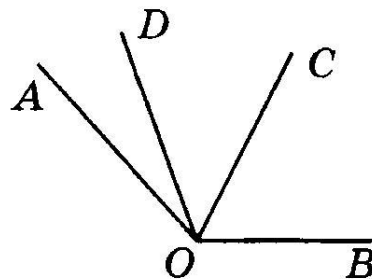
Найти: $\angle COD$.

②

Луч OC проходит между сторонами угла AOB , равного

Вариант А2

①



Дано:

$$\angle AOD = 22^\circ;$$

$$\angle DOC = 47^\circ;$$

$$\angle AOB = 132^\circ.$$

Найти: $\angle COB$.

②

Луч OC проходит между сторонами угла AOB , равного

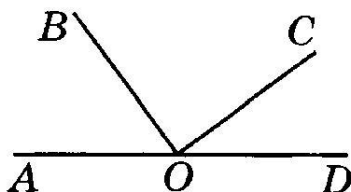
120° . Найдите $\angle AOC$ и $\angle COB$, если $\angle AOC$ меньше $\angle COB$ в 2 раза.

3

Может ли луч c проходить между сторонами $\angle(ab)$, если $\angle(ab) = 130^\circ$, $\angle(ac) = 40^\circ$, $\angle(cb) = 90^\circ$? Ответ обоснуйте.

Вариант Б 1

1



Дано:

$$\angle AOB = 53^\circ;$$

$$\angle BOC = 91^\circ.$$

Найти: $\angle COD$.

2

Между сторонами угла BOC , равного 160° , проходит луч OK . Найдите $\angle BOK$ и $\angle KOC$, если их разность равна 48° .

3

Какой из лучей a , b и c проходит между двумя другими, если $\angle(ab) = 112^\circ$, $\angle(ac) = 34^\circ$, $\angle(cb) = 78^\circ$?

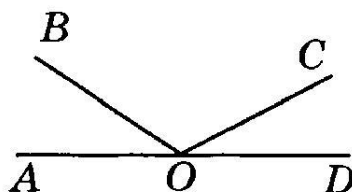
120° . Найдите $\angle AOC$ и $\angle COB$, если $\angle AOC$ на 30° больше $\angle COB$.

3

Может ли луч c проходить между сторонами $\angle(ab)$, если $\angle(ab) = 50^\circ$, $\angle(ac) = 120^\circ$, $\angle(cb) = 70^\circ$? Ответ обоснуйте.

Вариант Б 2

1



Дано:

$$\angle AOB = 34^\circ;$$

$$\angle DOC = 27^\circ.$$

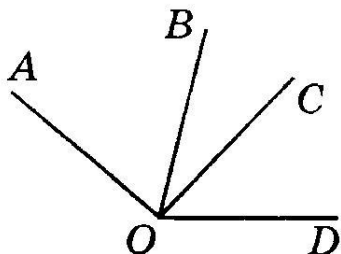
Найти: $\angle BOC$.

2

Между сторонами угла BOC , равного 160° , проходит луч OK . Найдите $\angle BOK$ и $\angle KOC$, если $\angle BOK$ меньше $\angle KOC$ на 12° .

3

Какой из лучей a , b и c проходит между двумя другими, если $\angle(ab) = 65^\circ$, $\angle(ac) = 91^\circ$, $\angle(cb) = 26^\circ$?

Вариант В1**1**

Дано:

$$\angle AOD = 140^\circ;$$

$$\angle AOC = 94^\circ;$$

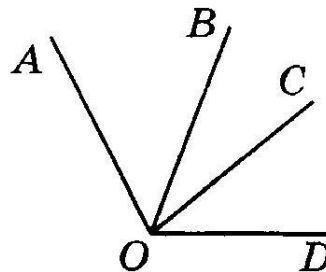
$$\angle BOD = 76^\circ.$$

Найти: $\angle BOC$.**2**

Между сторонами угла AOB , равного 120° , выбрана точка C . Найдите $\angle AOC$ и $\angle COB$, если известно, что их разность составляет $1/6$ их суммы.

3

Какое наибольшее число лучей можно провести из одной точки, чтобы все углы, ограниченные соседними лучами, были тупыми?

Вариант В2**1**

Дано:

$$\angle BOC = 30^\circ;$$

$$\angle AOC = 78^\circ;$$

$$\angle BOD = 69^\circ.$$

Найти: $\angle AOD$.**2**

Между сторонами угла AOB , равного 120° , выбрана точка C . Найдите $\angle AOC$ и $\angle COB$, если известно, что их разность меньше их суммы в 4 раза.

3

Какое наименьшее число лучей можно провести из одной точки, чтобы все углы, ограниченные соседними лучами, были острыми?

СП-3. СМЕЖНЫЕ И ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ

Вариант А1

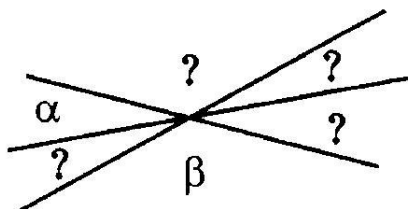
1

Смежные углы относятся как 1:2. Найдите эти смежные углы.

2

Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен 21° . Найдите остальные углы.

3



Дано:

$$\alpha = 30^\circ;$$

$$\beta = 140^\circ.$$

Найдите остальные углы.

Вариант Б1

1

Один из смежных углов составляет 0,2 другого. Найдите эти смежные углы.

Вариант А2

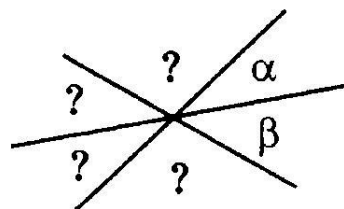
1

Один из смежных углов больше другого на 20° . Найдите эти смежные углы.

2

Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен 102° . Найдите остальные углы.

3



Дано:

$$\alpha = 20^\circ;$$

$$\beta = 40^\circ.$$

Найдите остальные углы.

Вариант Б2

1

Один из смежных углов составляет 0,8 другого. Найдите эти смежные углы.

2

Сумма трех углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 325° . Найдите эти углы.

3

Даны углы α , β и γ . Известно, что $\alpha > \beta$, а $\gamma < \beta$. Найдите среди этих углов тот, смежный с которым будет наибольшим.

Вариант В1

1

$\frac{4}{7}$ одного из смежных углов и $\frac{1}{4}$ другого составляют в сумме прямой угол. Найдите эти смежные углы.

2

Сумма вертикальных углов в 2 раза меньше угла, смежного с каждым из них. Найдите эти вертикальные углы.

3

Один из четырех углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 11 раз меньше суммы трех остальных углов. Найдите эти четыре угла.

2

Сумма двух углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 78° . Найдите эти углы.

3

Даны углы α , β и γ . Известно, что $\alpha > \beta$, а $\gamma < \beta$. Найдите среди этих углов тот, смежный с которым будет наименьшим.

Вариант В2

1

Меньший из смежных углов в 4 раза меньше разности этих смежных углов. Найдите эти смежные углы.

2

Сумма вертикальных углов на 30° меньше угла, смежного с каждым из них. Найдите эти вертикальные углы.

3

Сумма трех углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, на 280° больше четвертого угла. Найдите эти четыре угла.

СП-4*. ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ И УГЛОВ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

На прямой последовательно отмечены точки A, B, C, D так, что

$$AB = CD.$$

$$AC = BD.$$

Докажите, что

$$AC = BD.$$

$$AB = CD.$$

2

Точки A, B и C лежат на одной прямой, причем $AB:BC = m:n$ (m, n – не равные друг другу натуральные числа).

Найдите $AB:AC$.

Найдите $BC:AC$.

Рассмотрите все возможные случаи.

3

На прямой отмечены точки A и B так, что $AB = 10$. Укажите на данной прямой расположение точки (или множества точек) C , удовлетворяющих условию:

- а) $AC < CB$;
- б) $AC + CB = 10$;
- в) $AC + CB = 6$;
- г) $AC - CB > 2$.

- а) $AC > CB$;
- б) $AC - CB = 10$;
- в) $AC + CB = 8$;
- г) $CB - AC > 4$.

4

Луч OD проходит между сторонами угла AOB , луч OC – биссектриса угла AOB . Докажите, что угол DOC равен модулю полуразности углов AOD и DOB .

4

Луч OD проходит между сторонами угла, смежного с углом AOB , луч OC – биссектриса угла AOB . Докажите, что угол DOC равен полу-сумме углов AOD и DOB .

5

Через точку O проведены три различные прямые, причем один из образовавшихся при этом углов — прямой. Определите, сколько образовалось

острых углов с вершиной в точке O .

тупых углов с вершиной в точке O .

6

Два угла имеют общую вершину, а их биссектрисы являются дополнительными полупрямыми. Верно ли, что данные углы являются вертикальными? Ответ проиллюстрируйте.

6

Два угла имеют общую вершину, а их биссектрисы перпендикулярны. Верно ли, что данные углы являются смежными? Ответ проиллюстрируйте.

КП-1. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПРОСТЕЙШИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР. СМЕЖНЫЕ И ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ

Вариант А1

1

На луче с началом в точке A отмечены точки B и C . Найдите длину отрезка BC , если $AB = 9,2$ см, $AC = 2,4$ см. Какая из точек лежит между двумя другими?

Вариант А2

1

На луче с началом в точке A отмечены точки B и C . Найдите длину отрезка BC , если $AB = 3,8$ см, $AC = 5,6$ см. Какая из точек лежит между двумя другими?

2

Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 4 раза меньше другого. Найдите эти углы.

3

Луч c — биссектриса $\angle(ab)$, луч d — биссектриса $\angle(ac)$. Найдите $\angle(bd)$, если $\angle(ad) = 20^\circ$.

В а р и а н т Б 1

1

На луче с началом в точке A отмечены точки B и C . Известно, что $AB = 10,3$ см, $BC = 2,4$ см. Какую длину может иметь отрезок AC ?

2

Разность двух углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 42° . Найдите все образовавшиеся углы.

3

Один из смежных углов в 5 раз больше другого. Найдите углы, которые образует биссектриса большего угла со сторонами меньшего.

2

Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, на 70° больше другого. Найдите эти углы.

3

Луч c — биссектриса $\angle(ab)$, луч d — биссектриса $\angle(ac)$. Найдите $\angle(bd)$, если $\angle(ab) = 80^\circ$.

В а р и а н т Б 2

1

На луче с началом в точке A отмечены точки B и C . Известно, что $AC = 7,8$ см, $BC = 2,5$ см. Какую длину может иметь отрезок AB ?

2

Один из двух углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, на 22° меньше другого. Найдите все образовавшиеся углы.

3

Один из смежных углов в 4 раза меньше другого. Найдите углы, которые образует биссектриса меньшего угла со сторонами большего.

В а р и а н т В 1**1**

На прямой отмечены точки B , C и D . Какую длину может иметь отрезок BD , если $BC = 4,2$ см, $CD = 5,1$ см?

2

Найдите все углы, образовавшиеся при пересечении двух прямых, если сумма двух из них в 3 раза меньше суммы двух других.

3

Из вершины угла, равного α , проведен луч, перпендикулярный биссектрисе угла. Какие углы образует этот луч со сторонами данного угла?

В а р и а н т В 2**1**

На прямой отмечены точки B , C и D . Какую длину может иметь отрезок BD , если $CD = 2,6$ см, $BC = 3,7$ см?

2

Сумма двух углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 5 раз больше суммы двух других. Найдите все образовавшиеся углы.

3

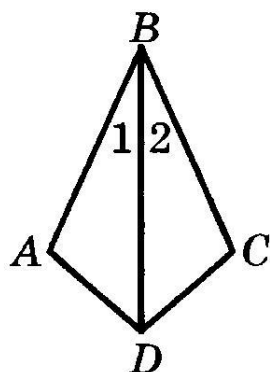
Из вершины угла проведен луч, перпендикулярный его биссектрисе и образующий со стороной данного угла острый угол, равный β . Найдите величину данного угла.

Признаки равенства треугольников

СП-5. ПЕРВЫЙ И ВТОРОЙ ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Вариант А1

1



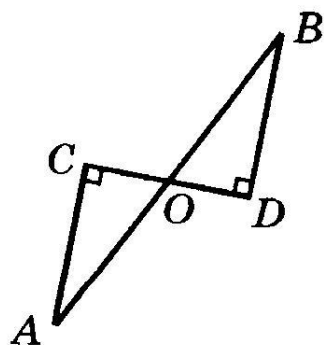
Дано:

$$\angle 1 = \angle 2; AB = CB.$$

Доказать:

$$\triangle ABD = \triangle CBD.$$

2



Дано:

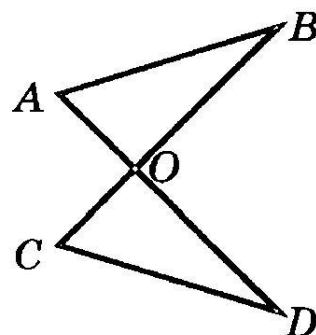
$$CO = DO; \angle C = 90^\circ; \\ \angle D = 90^\circ.$$

Доказать:

$$AO = BO.$$

Вариант А2

1



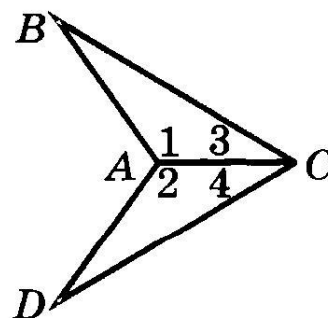
Дано:

$$AO = CO; BO = DO.$$

Доказать:

$$\triangle AOB = \triangle COD.$$

2



Дано:

$$\angle 1 = \angle 2; \\ \angle 3 = \angle 4.$$

Доказать:

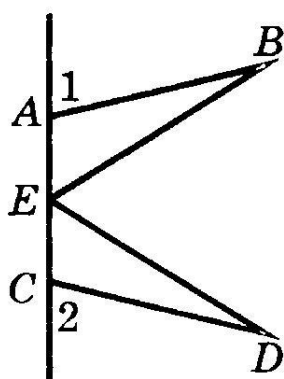
$$AB = AD.$$

3

Равные отрезки AB и CD точкой пересечения O делятся пополам. Докажите, что $AD = BC$.

Вариант Б 1

1



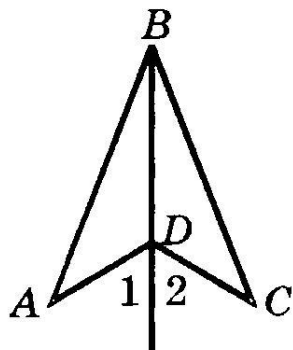
Дано:

E — середина AC ;
 $AB = CD$; $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать:

$BE = DE$.

2



Дано:

BD — биссектриса $\angle ABC$;
 $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать:

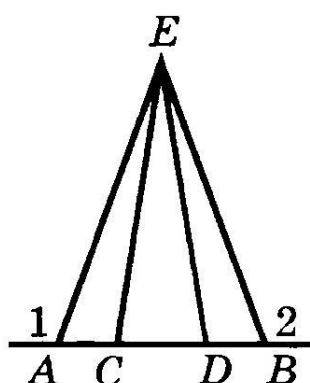
$AB = CB$.

3

Равные отрезки MN и LP точкой пересечения O делятся пополам. Докажите, что $MN = LP$.

Вариант Б 2

1



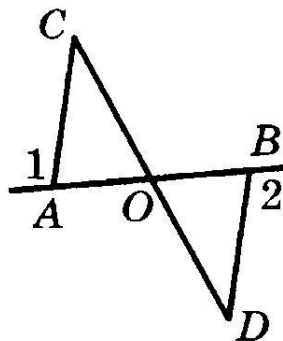
Дано:

$\angle 1 = \angle 2$; $AE = BE$;
 $AC = BD$.

Доказать:

$EC = ED$.

2



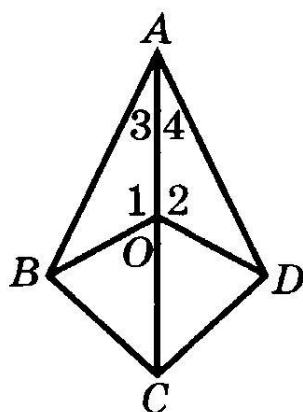
Дано:

O — середина AB ;
 $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать:

$\angle C = \angle D$.

3



Дано:

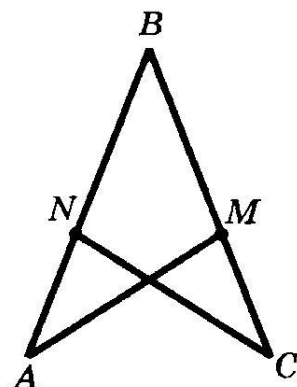
$$\angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4.$$

Доказать:

$$\triangle ABC = \triangle ADC.$$

Вариант В1

1



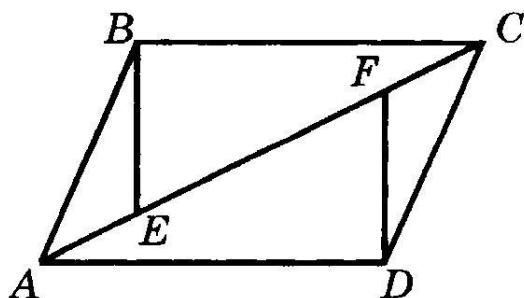
Дано:

$$AB = CB; \angle A = \angle C.$$

Доказать:

$$AM = CN.$$

2

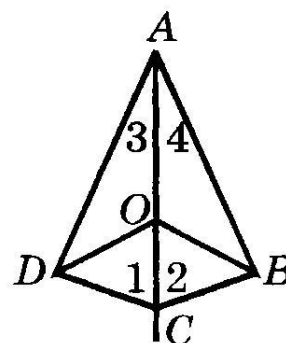


Дано: $\triangle BEC = \triangle DFA$.

Доказать: 1) $\triangle ABC = \triangle CDA$;

2) $\triangle AEB = \triangle CFD$.

3



Дано:

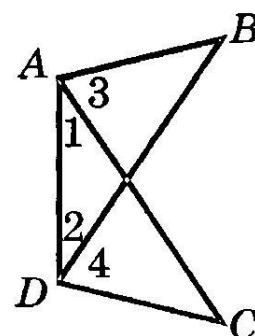
$$\angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4.$$

Доказать:

$$\triangle ABO = \triangle ADO.$$

Вариант В2

1



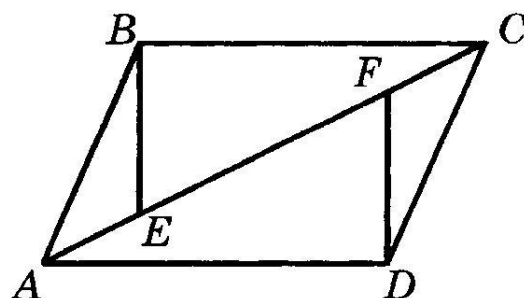
Дано:

$$\angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4.$$

Доказать:

$$AB = DC.$$

2



Дано: $\triangle AEB = \triangle CFD$.

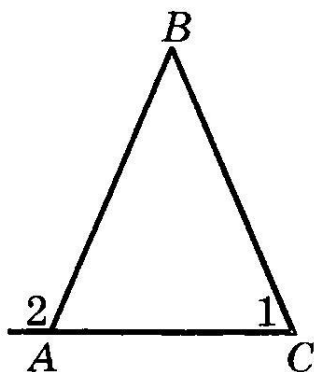
Доказать: 1) $\triangle ABC = \triangle CDA$;

2) $\triangle BEC = \triangle DFA$.

СП-6. РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Вариант А1

①



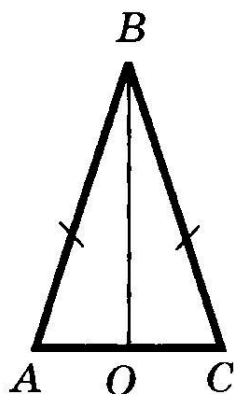
Дано:

$$\angle 1 = 75^\circ; \angle 2 = 105^\circ.$$

Доказать:

 $\triangle ABC$ — равнобедренный.

②



Дано:

 $\triangle ABC$ — равнобедренный;
 $AO = CO$.

Доказать:

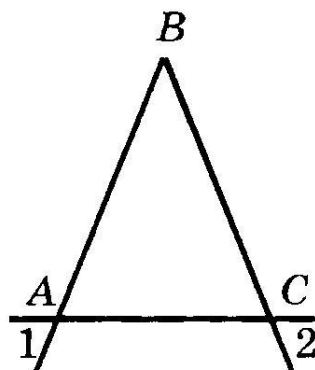
 $\triangle ABO = \triangle CBO$.

③

Периметр равнобедренного треугольника равен 36 см, основание — 10 см. Найдите боковую сторону этого треугольника.

Вариант А2

①



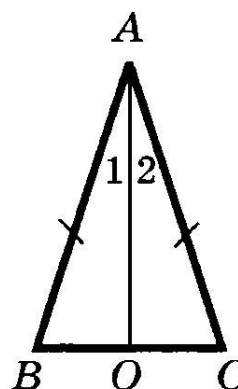
Дано:

$$\angle 1 = \angle 2.$$

Доказать:

 $\triangle ABC$ — равнобедренный.

②



Дано:

 $\triangle ABC$ — равнобедренный;
 $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать:

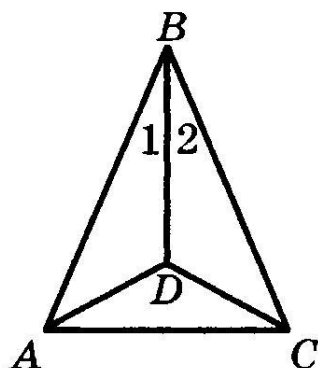
 $\triangle ABO = \triangle ACO$.

③

Периметр равнобедренного треугольника равен 48 см, а боковая сторона — 15 см. Найдите основание этого треугольника.

Вариант Б 1

①



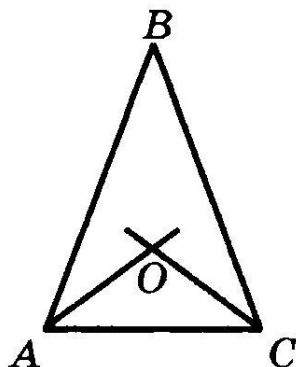
Дано:

$$AB = BC; \angle 1 = \angle 2.$$

Доказать:

$\triangle ADC$ — равнобедренный.

②



Дано:

$\triangle ABC$ — равнобедренный; AC — основание;
 AO и CO — биссектрисы углов $\triangle ABC$.

Доказать:

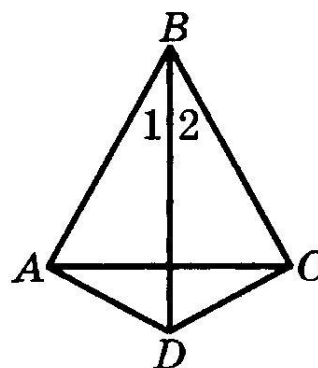
$\triangle AOC$ — равнобедренный.

③

Периметр равнобедренного треугольника равен 37 см. Основание меньше боковой стороны на 5 см. Найдите стороны этого треугольника.

Вариант Б 2

①



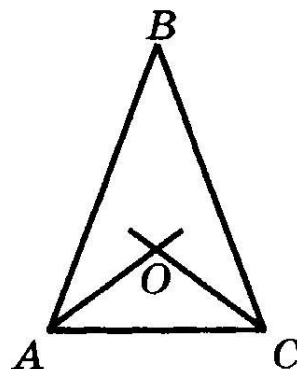
Дано:

$$\angle 1 = \angle 2; AB = BC.$$

Доказать:

$\triangle ADC$ — равнобедренный.

②



Дано:

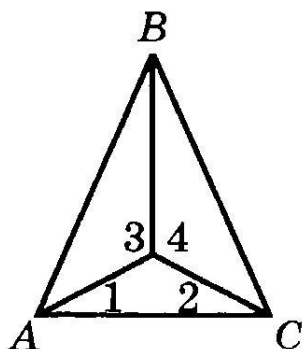
$\triangle AOC$ — равнобедренный; AC — основание;
 AO и CO — биссектрисы углов $\triangle ABC$.

Доказать:

$\triangle ABC$ — равнобедренный.

③

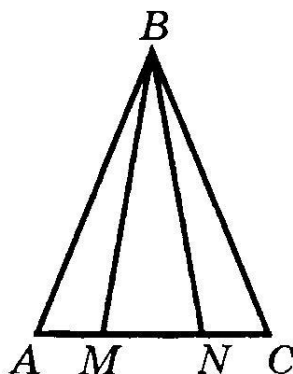
Периметр равнобедренного треугольника равен 45 см, а боковая сторона меньше основания на 3 см. Найдите стороны этого треугольника.

Вариант В 1**1**

Дано:

$$\angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4.$$

Доказать:

 $\triangle ABC$ — равнобедренный.**2**

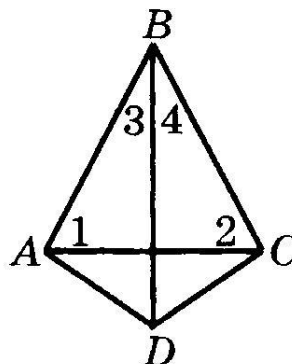
Дано:

$\triangle MBN$ — равнобедренный;
 MN — основание;
 $AN = CM$.

Доказать:

 $\triangle ABC$ — равнобедренный.**3**

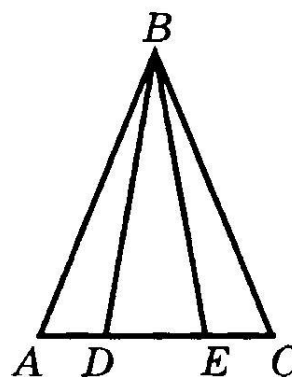
Сумма двух сторон равнобедренного треугольника равна 26 см, а периметр равен 36 см. Какими могут быть стороны этого треугольника?

Вариант В 2**1**

Дано:

$$\angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4.$$

Доказать:

 $\triangle ADC$ — равнобедренный.**2**

Дано:

$\triangle ABC$ — равнобедренный;
 AC — основание;
 $AE = DC$.

Доказать:

 $\triangle DBE$ — равнобедренный.**3**

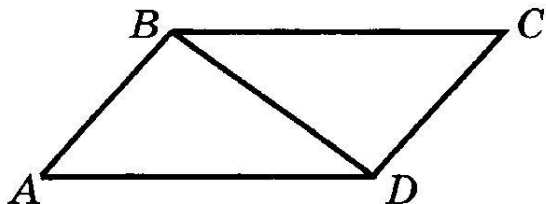
Одна из сторон равнобедренного треугольника равна 8 см, а периметр равен 26 см. Какими могут быть другие стороны этого треугольника?

КП-2. ПЕРВЫЙ И ВТОРОЙ ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ. РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Вариант А1

1

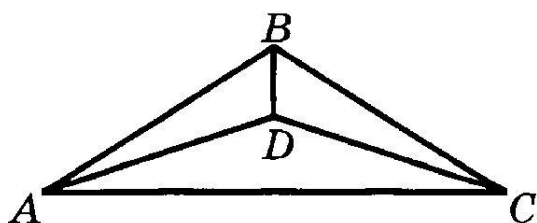
Периметр равнобедренного треугольника равен 35 см. Найдите стороны этого треугольника, если боковая сторона на 5 см меньше основания.

2

Дано:

$$AD = CB; \angle ADB = \angle CBD.$$

Доказать: $AB = CD$.

3

Дано:

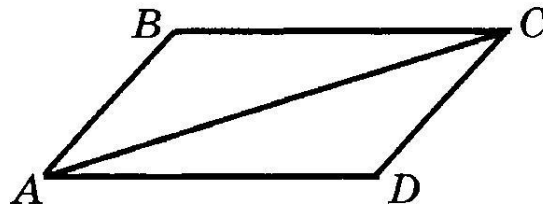
$$BD \text{ — биссектриса } \angle ABC; \\ \angle ADB = \angle CDB.$$

Доказать: $\triangle ADC$ — равнобедренный.

Вариант А2

1

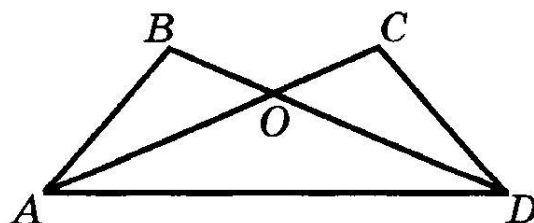
Периметр равнобедренного треугольника равен 42 см. Найдите стороны этого треугольника, если боковая сторона в 3 раза больше основания.

2

Дано:

$$AB = CD; \angle BAC = \angle DCA.$$

Доказать: $\angle B = \angle D$.

3

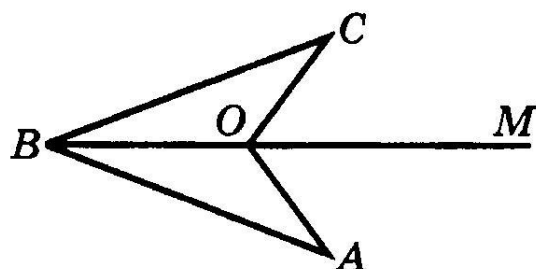
Дано:

$$\angle B = \angle C; BO = CO.$$

Доказать: $\triangle AOD$ — равнобедренный.

Вариант Б 1**1**

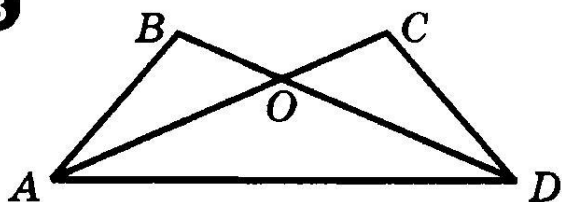
Периметр равнобедренного треугольника равен 70 см. Найдите стороны этого треугольника, если его боковая сторона относится к основанию как 5:4.

2

Дано:

$$\angle AOM = \angle COM;$$

$$AO = CO.$$

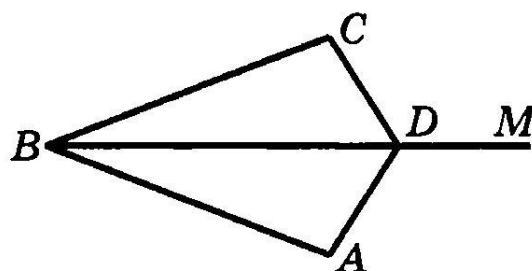
Доказать: $AB = CB$.**3**

Дано:

$\triangle AOD$ — равнобедренный;
 $\angle BAO = \angle CDO$.

Доказать: $\angle B = \angle C$.Вариант Б 2**1**

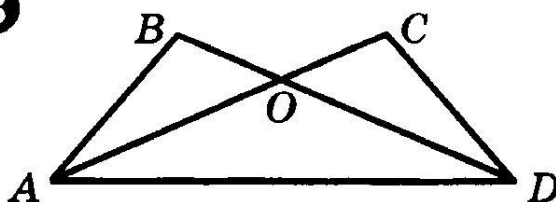
Периметр равнобедренного треугольника равен 48 см. Найдите стороны этого треугольника, если его основание составляет 0,4 боковой стороны.

2

Дано:

$$CD = AD;$$

$$\angle CDM = \angle ADM.$$

Доказать: $\angle A = \angle C$.**3**

Дано:

$\triangle AOD$ — равнобедренный;
 $\angle BAD = \angle CDA$.

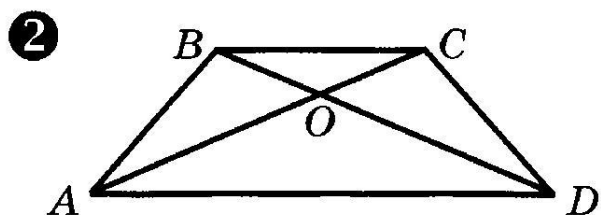
Доказать: $AB = DC$.Вариант В 1**1**

Периметр равнобедренного треугольника равен 110 см. Какими могут быть стороны

Вариант В 2**1**

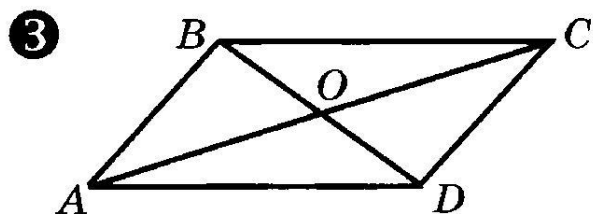
Периметр равнобедренного треугольника равен 30 см. Какими могут быть стороны

треугольника, если две из них относятся как 3:4?



Дано: $\triangle AOD$ — равнобедренный; $AC = BD$.

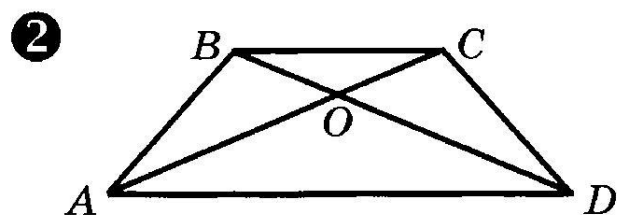
Доказать: $AB = DC$.



Дано: $\triangle ABO = \triangle CDO$.

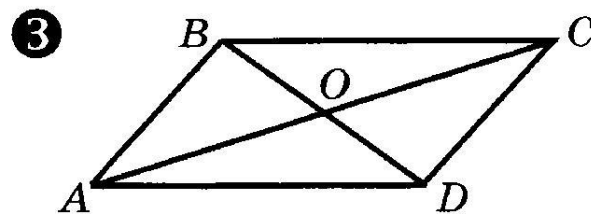
Доказать: $\triangle ABD = \triangle CDB$.

треугольника, если одна из них на 3 см меньше другой?



Дано: $\triangle BOC$ — равнобедренный; $AC = DB$.

Доказать: $AB = DC$.

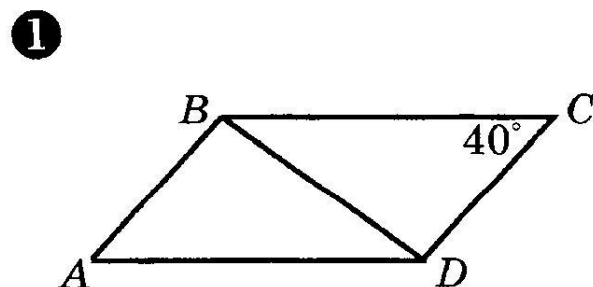


Дано: $\triangle BOA = \triangle DOC$.

Доказать: $\triangle ABC = \triangle CDA$.

СП-7. ТРЕТИЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ. СВОЙСТВО МЕДИАНЫ РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

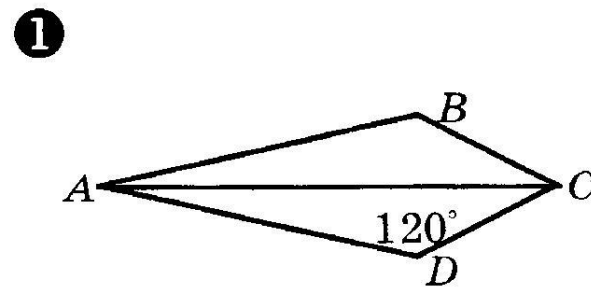


Дано: $AB = CD$; $BC = DA$;
 $\angle C = 40^\circ$.

Доказать: $\triangle ABD = \triangle CDB$.

Найти: $\angle A$.

Вариант А2



Дано: $AD = AB$; $CD = CB$;
 $\angle D = 120^\circ$.

Доказать: $\triangle DAC = \triangle BAC$.

Найти: $\angle B$.

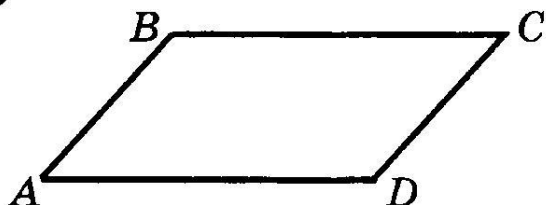
2

В треугольнике ABC проведены медианы AM , BN и CK , $AK = 2$ см, $BM = 3$ см, $CN = 4$ см. Найдите периметр треугольника ABC .

3

На боковых сторонах равнобедренного треугольника ABC отложены равные отрезки BM и BN . Отрезок BD — медиана треугольника. Докажите, что $MD = ND$.

Вариант Б1

1

Дано:

$$AB = CD; BC = AD.$$

Доказать: $\angle A = \angle C$.

2

В треугольнике ABC проведена медиана BE . Найдите длину AE , если $AB = 6$ см, периметр треугольника ABC равен 18 см, а BC на 2 см больше AB .

3

На боковых сторонах равнобедренного треугольника

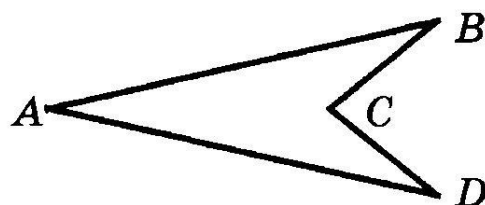
2

В треугольнике ABC проведены медианы AD и BE . Найдите периметр треугольника ABC , если $AB = 8$ см, $CD = 2$ см, $AE = 4$ см.

3

На боковых сторонах равнобедренного треугольника ABC отложены равные отрезки BM и BN . Отрезок BD — высота треугольника. Докажите, что $MD = ND$.

Вариант Б2

1

Дано:

$$AB = AD; BC = DC.$$

Доказать: $\angle B = \angle D$.

2

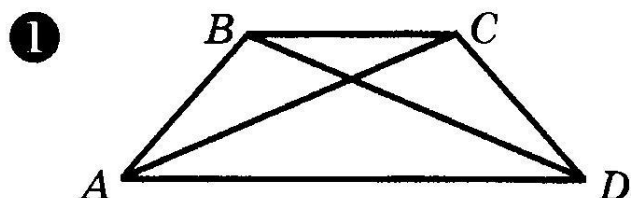
В треугольнике ABC проведена медиана AM . Найдите периметр треугольника ABC , если $BM = 4$ см, $AB = 5$ см, а AC в 2 раза больше AB .

3

Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием

ABC с основанием AC отложены равные отрезки AM и CN . BD — медиана треугольника ABC — пересекает отрезок MN в точке O . Докажите, что BO — медиана треугольника MBN .

Вариант В1



Дано: $AB = CD$; $AC = BD$.
Доказать: $\angle CAD = \angle BDA$.

②

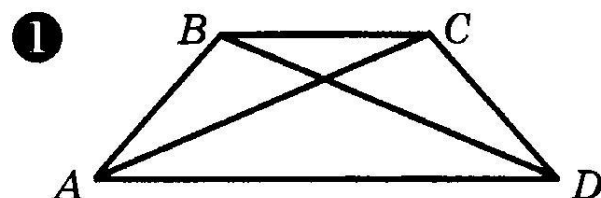
Периметр треугольника равен 40 см. Медиана делит данный треугольник на два треугольника, периметры которых равны 28 см и 24 см. Найдите длину медианы.

③

В равнобедренном треугольнике ABC точка D — середина основания AC . На лучах AB и CB вне треугольника ABC отмечены точки M и N соответственно так, что $BM = BN$. Докажите, что $\triangle BDM = \triangle BDN$.

AC и высотой BD . На лучах BA и BC вне треугольника ABC отложены равные отрезки AM и CN . Луч BD пересекает отрезок MN в точке O . Докажите, что BO — высота треугольника MBN .

Вариант В2



Дано: $AB = CD$; $AC = BD$.
Доказать: $\angle ACB = \angle DBC$.

②

В треугольнике проведена медиана длиной 8 см. Медиана делит данный треугольник на два треугольника с периметрами 25 см и 27 см. Найдите периметр данного треугольника.

③

В равнобедренном треугольнике ABC точка D — середина основания AC . На лучах AB и CB вне треугольника ABC отмечены точки M и N соответственно так, что $\angle BDM = \angle BDN$. Докажите, что $\triangle BDM = \triangle BDN$.

КП-3. ТРИ ПРИЗНАКА РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ. РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Вариант А1

1

В равнобедренном треугольнике с периметром 40 см основание в 2 раза меньше боковой стороны. Найдите стороны треугольника.

2

В равнобедренном треугольнике ABC точки K и M являются серединами боковых сторон AB и BC соответственно. BD — медиана треугольника. Докажите, что $\triangle BKD = \triangle BMD$.

3

Докажите, что в равнобедренном треугольнике высота, проведенная к основанию, делит треугольник на два равных треугольника.

Вариант Б1

1

В равнобедренном треугольнике с периметром 48 см боковая сторона относится к основанию как 5:2. Найдите стороны треугольника.

2

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на

Вариант А2

1

В равнобедренном треугольнике с периметром 35 см боковая сторона в 2 раза больше основания. Найдите стороны треугольника.

2

В равнобедренном треугольнике ABC точки K и M являются серединами боковых сторон AB и BC соответственно. BD — медиана треугольника. Докажите, что $\triangle AKD = \triangle CMD$.

3

Докажите, что в равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, делит треугольник на два равных треугольника.

Вариант Б2

1

В равнобедренном треугольнике с периметром 48 см основание относится к боковой стороне как 2:3. Найдите стороны треугольника.

2

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC

медиане BD отмечена точка K . Докажите, что треугольник AKC равнобедренный.

3

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведены биссектрисы AE и CD . Докажите, что $\triangle ADC = \triangle CEA$.

Вариант В 1

1

Периметр равнобедренного треугольника в 4 раза больше основания и на 10 см больше боковой стороны. Найдите стороны треугольника.

2

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на сторонах AB и BC отмечены соответственно точки M и N так, что $\angle ACM = \angle CAN$. Докажите, что треугольник MBN равнобедренный.

3

Докажите, что середины сторон равностороннего треугольника являются вершинами другого равностороннего треугольника.

на высоте BD отмечена точка K . Докажите, что треугольник AKC равнобедренный.

3

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведены медианы AE и CD . Докажите, что $\triangle ABE = \triangle CBD$.

Вариант В 2

1

Боковая сторона равнобедренного треугольника в 2 раза больше основания и на 12 см меньше периметра треугольника. Найдите стороны треугольника.

2

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на сторонах AB и BC отмечены соответственно точки M и N так, что $AM = CN$. Отрезки CM и AN пересекаются в точке O . Докажите, что треугольник AOC равнобедренный.

3

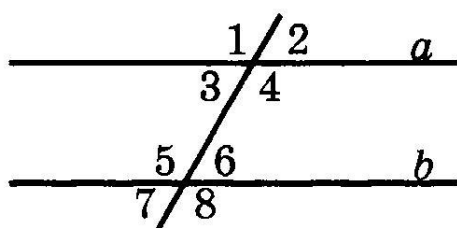
Докажите, что середины сторон равнобедренного треугольника являются вершинами другого равнобедренного треугольника.

Сумма углов треугольника

СП-8. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

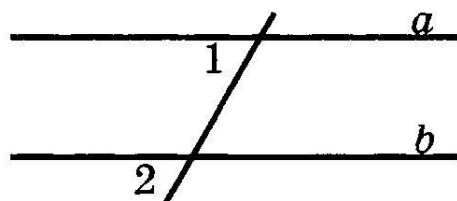
Вариант А1

1



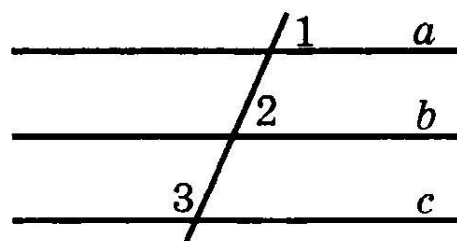
Дано: $a \parallel b$; $\angle 3 = 28^\circ$.
Найти остальные углы.

2



Дано: $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $a \parallel b$.

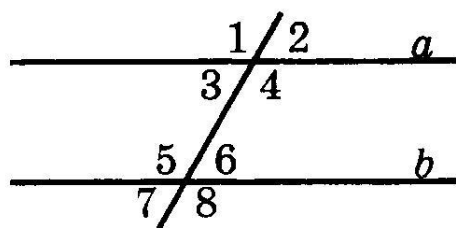
3



Дано:
 $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.
Доказать: $a \parallel c$.

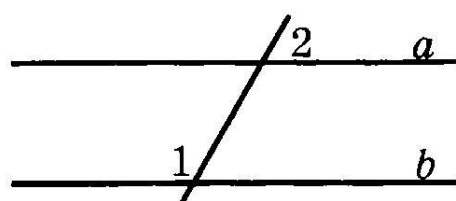
Вариант А2

1



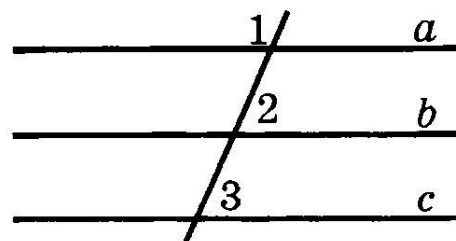
Дано: $a \parallel b$; $\angle 5 = 124^\circ$.
Найти остальные углы.

2

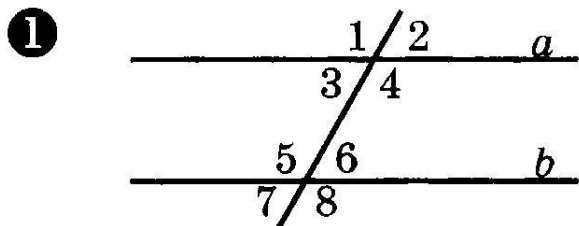


Дано: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.
Доказать: $a \parallel b$.

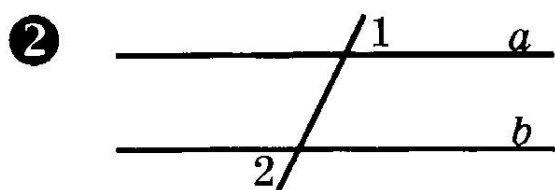
3



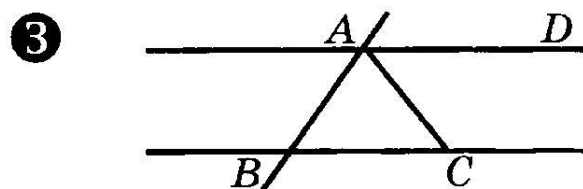
Дано:
 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$; $\angle 2 = \angle 3$.
Доказать: $a \parallel c$.

Вариант Б1

Дано: $a \parallel b$;
 $\angle 3$ меньше $\angle 4$ на 30° .
 Найти: углы 1–8.

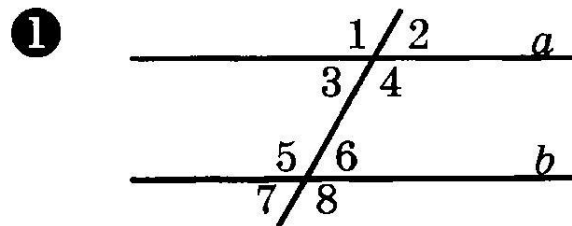


Дано: $\angle 1 = \angle 2$.
 Доказать: $a \parallel b$.

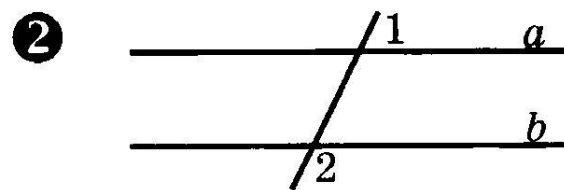


Дано: $AD \parallel BC$; $\angle ACB = 50^\circ$;
 AC — биссектриса $\angle BAD$.

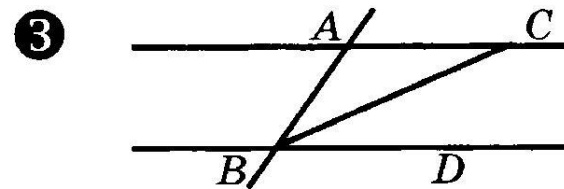
Найти: $\angle ABC$.

Вариант Б2

Дано: $a \parallel b$;
 $\angle 5$ больше $\angle 6$ на 12° .
 Найти: углы 1–8.

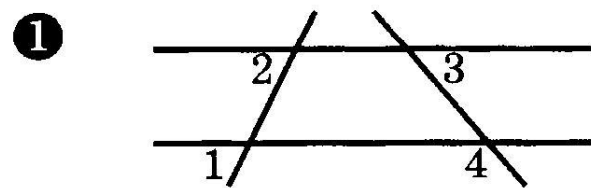


Дано: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.
 Доказать: $a \parallel b$.



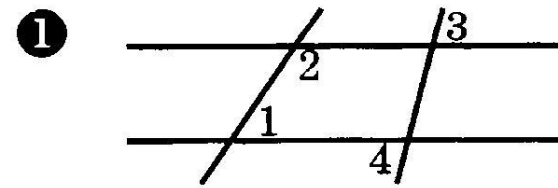
Дано: $AC \parallel BD$; $\angle ACB = 25^\circ$;
 BC — биссектриса $\angle ABD$.

Найти: $\angle BAC$.

Вариант В1

Дано: $\angle 1 = \angle 2 = 35^\circ$;
 $\angle 3 = 42^\circ$.

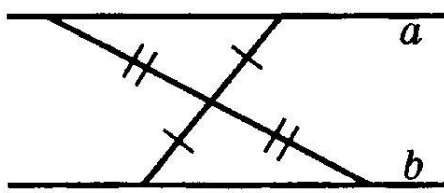
Найти: $\angle 4$.

Вариант В2

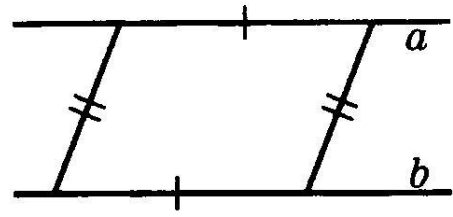
Дано: $\angle 1 = 60^\circ$; $\angle 2 = 120^\circ$;
 $\angle 3 = 53^\circ$.

Найти: $\angle 4$.

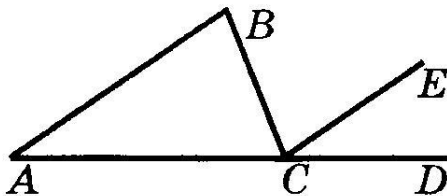
②

Доказать: $a \parallel b$.

②

Доказать: $a \parallel b$.

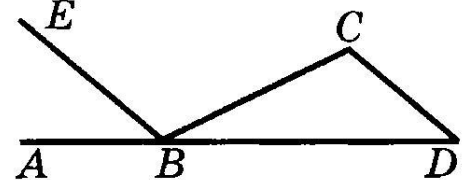
③



Дано: $AB \parallel CE$; $\angle BAC = 20^\circ$;
 $\angle BCE : \angle ECD = 4:1$.

Найти: $\angle BCD$.

③



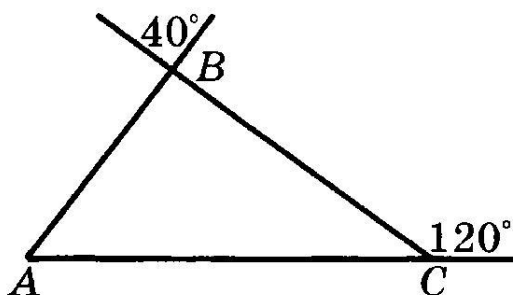
Дано: $DC \parallel BE$; $\angle CDB = 40^\circ$;
 $\angle ABE : \angle EBC = 1:3$.

Найти: $\angle ABC$.

СП-9. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА. ВНЕШНИЕ УГЛЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

①

Найти углы треугольника ABC .

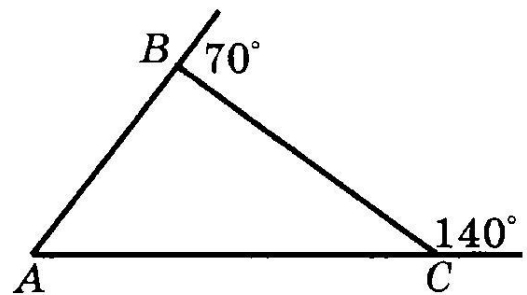
②

Внутренние углы треугольника ABC пропорциональны числам 2, 5, 8.

а) Найдите углы треугольника ABC .

Вариант А2

①

Найти углы треугольника ABC .

②

Внутренние углы треугольника ABC пропорциональны числам 3, 5, 7.

а) Найдите углы треугольника ABC .

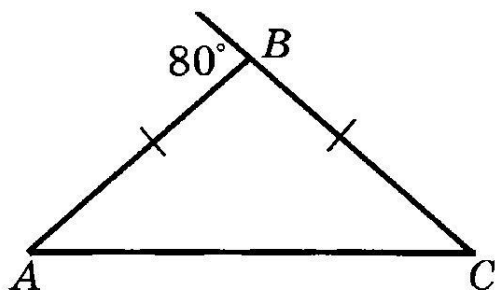
б) Найдите внешние углы треугольника ABC .

③

В треугольнике ABC проведена биссектриса BD , $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$. Найдите углы треугольника CBD .

Вариант Б 1

①



Дано: $AB = BC$.

Найти углы треугольника ABC .

②

Внешний угол треугольника равен 140° , а внутренние углы, не смежные с ним, относятся как 3:4. Найдите все внутренние углы треугольника.

③

Треугольник ABC равнобедренный с основанием AB . Биссектрисы углов при основании пересекаются в точке D , $\angle ADB = 100^\circ$. Найдите угол C .

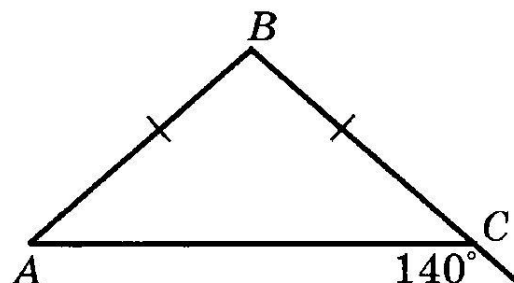
б) Найдите внешние углы треугольника ABC .

③

В треугольнике ABC проведена биссектриса BD , $\angle ADB = 120^\circ$, $\angle B = 80^\circ$. Найдите углы треугольника CBD .

Вариант Б 2

①



Дано: $AB = BC$.

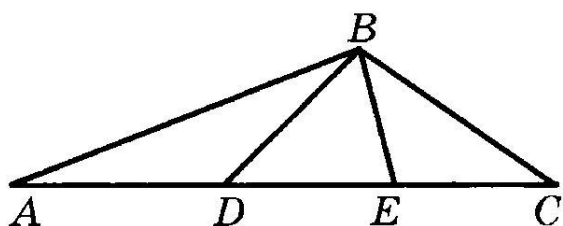
Найти углы треугольника ABC .

②

Один из внутренних углов треугольника в 3 раза больше другого, а внешний угол, смежный с третьим внутренним углом, равен 100° . Найдите все внутренние углы треугольника.

③

Треугольник ABC равнобедренный с основанием AB . Биссектрисы углов при основании пересекаются в точке D , $\angle C = 100^\circ$. Найдите угол ADB .

Вариант В 1**1**

Дано: $AD = BD$; $BE = CE$;
 $\angle BDE = 40^\circ$; $\angle BED = 60^\circ$.

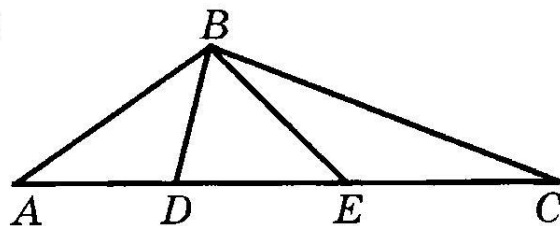
Найти: $\angle ABC$.

2

Какими могут быть углы равнобедренного треугольника, если один из них на 40° меньше суммы двух других?

3

Один из углов треугольника равен сумме двух других. Докажите, что данный треугольник прямоугольный.

Вариант В 2**1**

Дано: $AD = BD$; $BE = CE$;
 $\angle A = 30^\circ$; $\angle C = 20^\circ$.

Найти: $\angle DBE$.

2

Какими могут быть углы равнобедренного треугольника, если один из них в 5 раз меньше суммы двух других?

3

Один из углов треугольника равен разности двух других. Докажите, что данный треугольник прямоугольный.

СП-10*. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1**1**

Один из углов треугольника равен α . Найдите углы, которые образуются при пересечении биссектрис двух других углов треугольника.

Вариант 2**1**

Один из острых углов треугольника равен α . Найдите углы, которые образуются при пересечении высот, проведенных к сторонам данного угла.

2

В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота BD . Найдите длину гипотенузы AC , если $\angle ABD = 60^\circ$, $CD = 2$ см.

3

Высота и медиана, проведенные из одной вершины, делят угол треугольника на три равные части. Найдите углы треугольника.

4

В треугольнике ABC $\angle B = 50^\circ$. Биссектрисы внутреннего угла A и внешнего угла при вершине C пересекаются в точке D . Найдите угол ADC .

5

На гипотенузе AC прямоугольного треугольника ABC отмечены точки K и M , такие, что $AK = AB$ и $CM = CB$ (точка M лежит между A и K). Найдите угол MBK .

2

В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AC равна 16 см. Высота BD делит угол B на два угла, один из которых на 30° больше другого. Найдите длины отрезков AD и DC , если $AD > DC$.

3

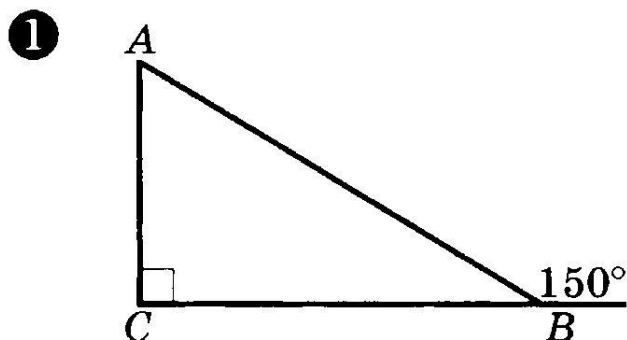
Высота, проведенная к боковой стороне равнобедренного треугольника, делит пополам угол между основанием и биссектрисой угла при основании. Найдите углы треугольника.

4

В треугольнике ABC биссектрисы внутреннего угла A и внешнего угла при вершине C пересекаются в точке D , причем $\angle ADC = 20^\circ$. Найдите угол ABC .

5

На продолжениях гипотенузы AC прямоугольного треугольника ABC отмечены точки K и M , такие, что $AK = AB$ и $CM = CB$. Найдите угол MBK .

СП-11. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК**Вариант А 1**

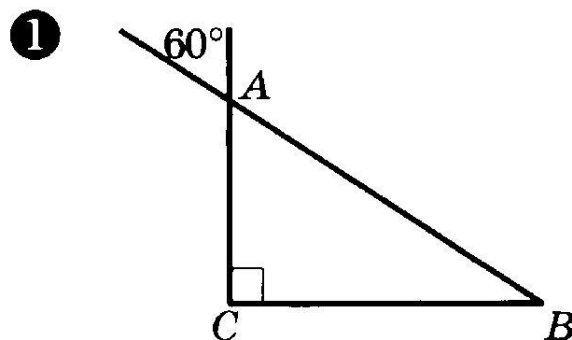
Найти острые углы треугольника ABC .

2

Высота остроугольного треугольника ABC образует со сторонами, выходящими из той же вершины, углы 18° и 46° . Найдите углы треугольника ABC .

3

Докажите равенство прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу.

Вариант А 2

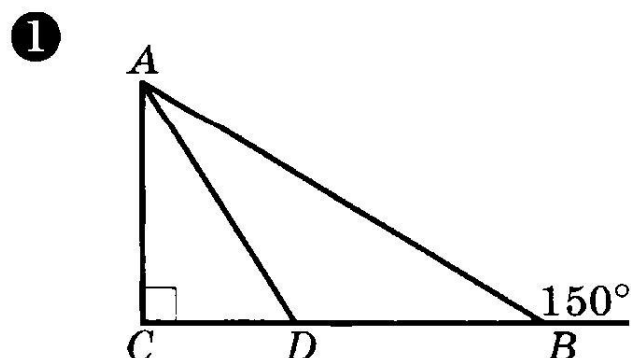
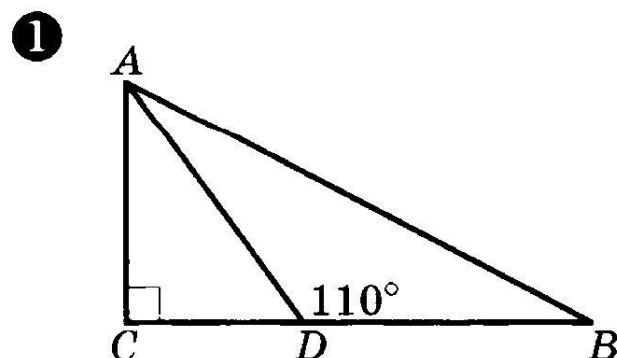
Найти острые углы треугольника ABC .

2

Высота остроугольного треугольника ABC образует со сторонами, выходящими из той же вершины, углы 24° и 38° . Найдите углы треугольника ABC .

3

Докажите равенство прямоугольных треугольников по катету и противолежащему углу.

Вариант Б 1**Вариант Б 2**

Дано:

 AD — биссектриса
угла CAB .Найти: острые углы треуголь-
ника ACD .

②

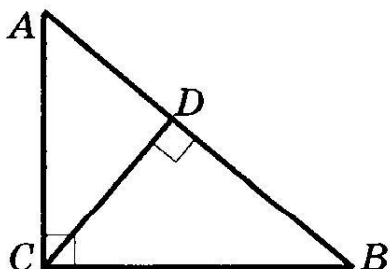
Биссектриса прямого угла
прямоугольного треугольни-
ка образует с гипотенузой уг-
лы, один из которых равен
 70° . Найдите острые углы
этого треугольника.

③

Докажите равенство прямо-
угольных треугольников по
катету и высоте, опущенной
на гипотенузу.

В а р и а н т В 1

①



Дано:

$$\begin{aligned}\angle ACB &= 90^\circ; \\ \angle DCB &= 50^\circ.\end{aligned}$$

Найти: острые углы треуголь-
ника ABC .

Дано:

 AD — биссектриса
угла CAB .Найти: острые углы треуголь-
ника ABC .

②

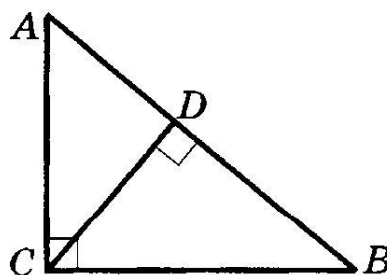
Высота прямоугольного тре-
угольника, опущенная на ги-
потенузу, образует с одним
из катетов угол 55° . Найдите
острые углы этого треуголь-
ника.

③

Докажите равенство прямо-
угольных треугольников по
острому углу и высоте, опу-
щенной на гипотенузу.

В а р и а н т В 2

①



Дано:

$$\begin{aligned}\angle ACB &= 90^\circ; \\ \angle B &= 40^\circ.\end{aligned}$$

Найти: острые углы треуголь-
ника ACD .

2

Угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины наибольшего угла прямоугольного треугольника, равен 14° . Найдите острые углы данного треугольника.

3

Докажите равенство остроугольных треугольников по двум углам и высоте, проведенной из вершины третьего угла.

2

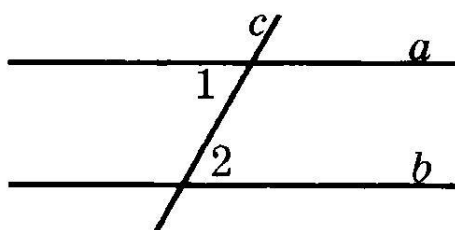
Угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины наибольшего угла прямоугольного треугольника, равен 22° . Найдите острые углы данного треугольника.

3

Докажите равенство остроугольных треугольников по стороне и проведенным к ней медиане и высоте.

КП-4. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А 1

1

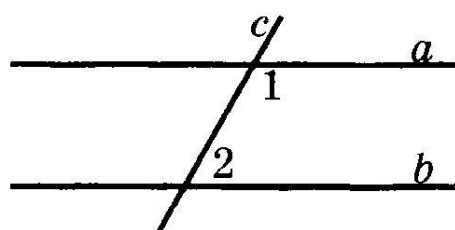
Дано: $a \parallel b$; c — секущая;
 $\angle 1 + \angle 2 = 102^\circ$.

Найти все образовавшиеся углы.

2

В треугольнике ABC угол A равен 50° , а угол B в 12 раз

Вариант А 2

1

Дано: $a \parallel b$; c — секущая;
 $\angle 1 - \angle 2 = 102^\circ$.

Найти все образовавшиеся углы.

2

В треугольнике ABC угол A равен 80° , а угол C на 40°

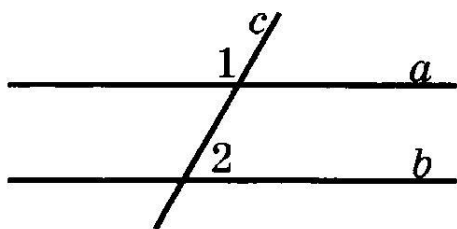
меньше угла C . Найдите углы B и C .

3

В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол B равен 35° , CD — высота. Найдите углы треугольника ACD .

Вариант Б 1

1



Дано: $a \parallel b$; c — секущая;
 $\angle 1 : \angle 2 = 7 : 2$.

Найти: все образовавшиеся углы.

2

Найдите углы треугольника ABC , если угол A на 60° меньше угла B и в 2 раза меньше угла C .

3

В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) биссектрисы CD и AE пересекаются в точке O , $\angle AOC = 105^\circ$. Найдите острые углы треугольника ABC .

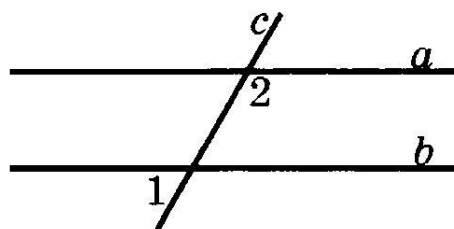
больше угла B . Найдите углы B и C .

3

В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол A равен 70° , CD — биссектриса. Найдите углы треугольника BCD .

Вариант Б 2

1



Дано: $a \parallel b$; c — секущая;
 $\angle 1 : \angle 2 = 5 : 7$.

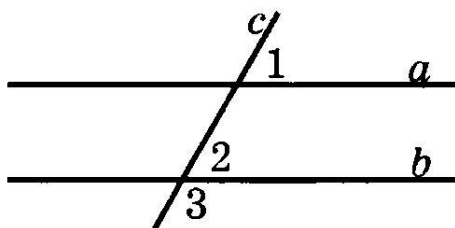
Найти: все образовавшиеся углы.

2

Найдите углы треугольника ABC , если угол B на 40° больше угла A , а угол C в 5 раз больше угла A .

3

В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) биссектрисы CD и BE пересекаются в точке O , $\angle BOC = 95^\circ$. Найдите острые углы треугольника ABC .

Вариант В 1**1**Дано: $a \parallel b$; c — секущая; $\angle 3$ больше суммы $\angle 1 + \angle 2$ в 4 раза.

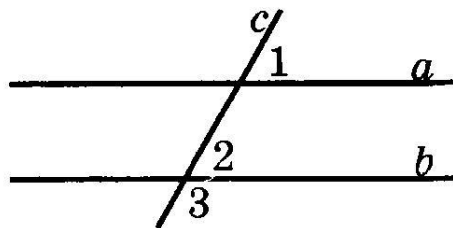
Найти: все образовавшиеся углы.

2

В треугольнике ABC угол A меньше угла B в 3 раза, а внешний угол при вершине A больше внешнего угла при вершине B на 40° . Найдите внутренние углы треугольника ABC .

3

В треугольнике ABC угол C равен 90° , а угол B равен 70° . На катете AC отложен отрезок CD , равный CB . Найдите углы треугольника ABD .

Вариант В 2**1**Дано: $a \parallel b$; c — секущая; $\angle 2$ меньше разности $\angle 3 - \angle 1$ в 7 раз.

Найти: все образовавшиеся углы.

2

В треугольнике ABC угол A меньше угла B на 80° , а внешний угол при вершине A больше внешнего угла при вершине B в 2 раза. Найдите внутренние углы треугольника ABC .

3

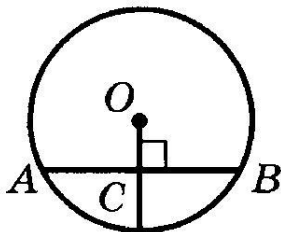
В треугольнике ABC угол C равен 90° , а угол B равен 70° . На луче CB отложен отрезок CD , равный CA . Найдите углы треугольника ABD .

Геометрические построения

СП-12. ОКРУЖНОСТЬ

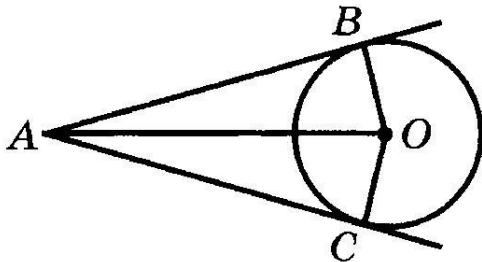
Вариант А1

1



Дано: $\angle OCB = 90^\circ$.
Доказать: $AC = BC$.

2



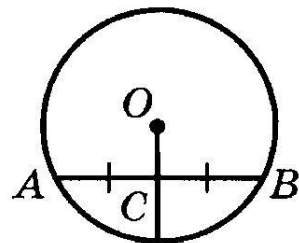
Дано: AB и AC — касательные.
Доказать: OA — биссектриса $\angle BOC$.

3

Найдите расстояние между центрами двух окружностей в случае внешнего касания, если их радиусы равны 31 см и 52 см.

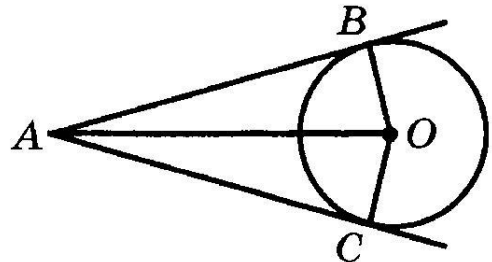
Вариант А2

1



Дано: $AC = BC$.
Доказать: $OC \perp AB$.

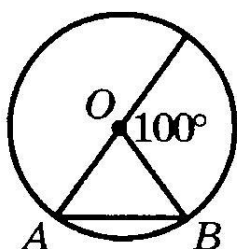
2



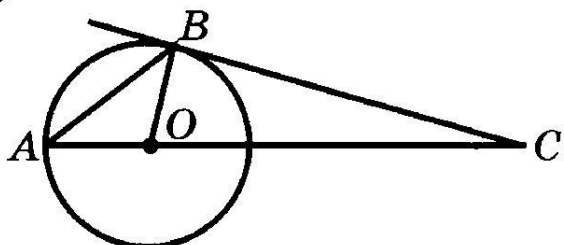
Дано: AB и AC — касательные.
Доказать: AO — биссектриса $\angle BAC$.

3

Найдите расстояние между центрами окружностей в случае внутреннего касания, если их радиусы равны 31 см и 52 см.

Вариант Б 1**1**

Найти углы треугольника AOB .

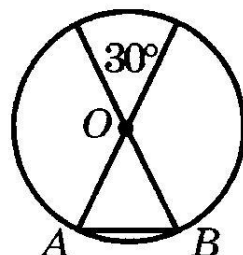
2

Дано: CB — касательная;
 $\angle C = 20^\circ$.

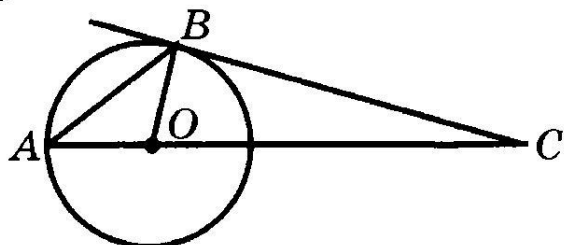
Найти: углы треугольника AOB .

3

Расстояние между центрами двух окружностей, касающихся внешним образом, равно 18 см. Найдите радиусы окружностей, если один из них в 2 раза больше другого.

Вариант Б 2**1**

Найти углы треугольника AOB .

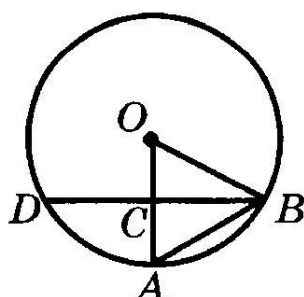
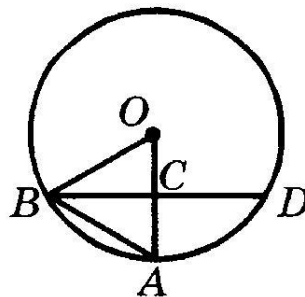
2

Дано: CB — касательная;
 $\angle A = 30^\circ$.

Найти: углы треугольника BOC .

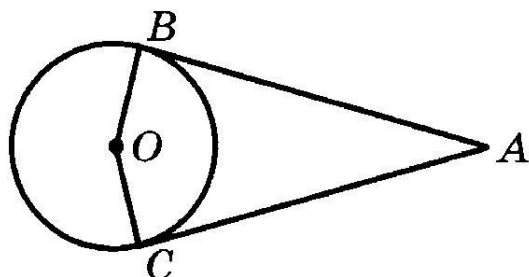
3

Расстояние между центрами двух окружностей, касающихся внутренним образом, равно 18 см. Найдите радиусы окружностей, если один из них в 4 раза меньше другого.

Вариант В 1**1****1**

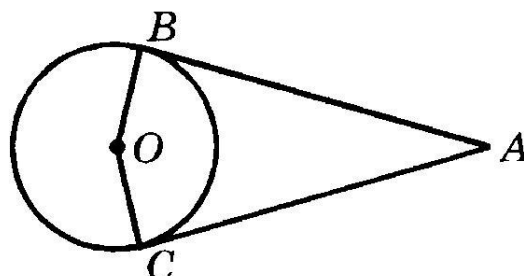
Дано: $BC = CD$; $\angle OBC = 20^\circ$.
Найти: углы треугольника ABC .

②



Дано: $BC = CD$; $\angle BAC = 50^\circ$.
Найти: углы треугольника OBC .

②



Дано: AB и AC — касательные;

$$\angle A = 60^\circ.$$

Найти: $\angle BOC$.

③

Точка касания вписанной окружности делит боковую сторону равнобедренного треугольника на отрезки 3 см и 5 см, считая от основания. Найдите периметр треугольника.

Дано: AB и AC — касательные;
 $\angle BOC = 100^\circ$.

Найти: $\angle BAC$.

③

Точка касания вписанной окружности делит боковую сторону равнобедренного треугольника на отрезки 3 см и 5 см, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.

СП-13. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ. ГМТ

Вариант А1

①

Постройте треугольник ABC , если

$$\angle A = 30^\circ, \angle B = 50^\circ, AB = 4 \text{ см.}$$

Вариант А2

$$AB = 4 \text{ см}, AC = 5 \text{ см}, \angle A = 60^\circ.$$

2**Постройте равнобедренный треугольник**

по основанию и периметру.

по боковой стороне и периметру.

3

На данной окружности найдите точки, равноудаленные от концов данной хорды.

3На окружности с центром O выбрана точка A . Найдите точки окружности, равноудаленные от точек O и A .**Вариант Б 1****1****Постройте треугольник ABC , если** $AB = 3 \text{ см}, AC = 4 \text{ см}, \angle B = 120^\circ.$ $AB = 4 \text{ см}, AC = 5 \text{ см}, \angle C = 45^\circ.$ **2****Постройте прямоугольный треугольник**

по гипотенузе и острому углу.

по катету и прилежащему острому углу.

3**Постройте геометрическое место точек, равноудаленных**

от двух параллельных прямых.

от двух пересекающихся прямых.

Вариант В 1**1****Постройте центр окружности,****Вариант В 2**

описанной около данного треугольника.

вписанной в данный треугольник.

2

**Постройте равнобедренный
треугольник**

по основанию и высоте, проведенной из вершины при основании.

по боковой стороне и высоте, проведенной из вершины при основании.

3

**Найдите геометрическое место точек,
равноудаленных**

от двух параллельных прямых и данной точки, лежащей между ними.

от двух параллельных прямых и третьей прямой, перпендикулярной данным.

**СП-14*. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕСТА ТОЧЕК.
ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ
(домашняя самостоятельная работа)**

В а р и а н т 1

1

Найдите геометрическое место точек:

а) вершин равнобедренных треугольников с данным основанием;

б) центров окружностей данного радиуса, касающихся данной прямой;

В а р и а н т 2

а) центров окружностей, проходящих через две данные точки;

б) центров всех окружностей, касающихся данной прямой в данной точке;

в) середин всех хорд, удаленных от центра окружности на заданное расстояние, меньшее радиуса.

в) середин всех хорд окружности, имеющих заданную длину.

2

Постройте треугольник:

— равнобедренный:

а) по углу при основании и биссектрисе этого угла;

б) по боковой стороне и проведенной к ней высоте;

в) по углу, противолежащему основанию, и высоте, проведенной к боковой стороне;

г) по углу при основании и периметру;

а) по углу, противолежащему основанию, и биссектрисе угла при основании;

б) по боковой стороне и проведенной к ней медиане;

в) по углу при основании и высоте, проведенной к боковой стороне;

г) по основанию и сумме боковой стороны и высоты, проведенной к основанию;

— прямоугольный:

а) по острому углу и высоте, опущенной на гипотенузу;

б) по острому углу и биссектрисе, проведенной из вершины этого угла;

в) по катету и разности двух других сторон;

г) по острому углу и разности гипотенузы и противолежащего этому углу катета;

а) по катету и высоте, опущенной на гипотенузу;

б) по острому углу и биссектрисе, проведенной из вершины прямого угла;

в) по гипотенузе и сумме катетов;

г) по острому углу и разности гипотенузы и прилежащего к этому углу катета;

— произвольный:

а) по двум углам и высоте, проведенной из вершины третьего угла;

б) по углу и проведенным из его вершины биссектрисе и высоте;

в) по стороне и двум высотам, одна из которых проведена к данной стороне;

г) по стороне, прилежащему к ней углу и разности двух других сторон;

д) по углу между стороной и проведенной к ней медианой, длине этой медианы и радиусу описанной окружности;

е) по медиане и высоте, исходящим из одной вершины, и радиусу описанной окружности;

ж) по стороне, противолежащему ей углу и сумме двух других сторон;

з) по двум углам и периметру;

и) по стороне, сумме двух других сторон и высоте, проведенной к одной из них.

а) по двум углам и биссектрисе, проведенной из вершины третьего угла;

б) по медиане и углам, на которые она делит угол треугольника;

в) по стороне и двум высотам, проведенным к другим сторонам;

г) по двум углам и разности сторон, противолежащих данным углам;

д) по стороне, проведенной к ней высоте и радиусу описанной окружности;

е) по стороне, прилежащему к ней углу и радиусу описанной окружности;

ж) по стороне, противолежащему ей углу и периметру;

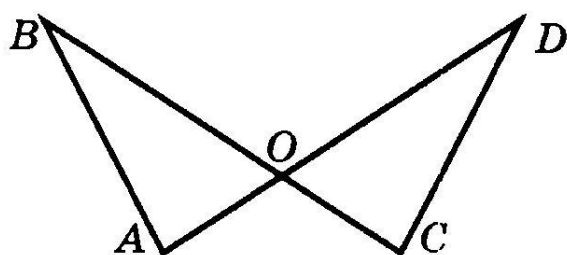
з) по двум углам и сумме противолежащих им сторон;

и) по стороне, противолежащему ей углу и высоте, проведенной к другой стороне.

КП-5. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант А1

①



Дано: $BO = DO$; $\angle ABC = 45^\circ$;
 $\angle BCD = 55^\circ$;
 $\angle AOC = 100^\circ$.

Найти: $\angle D$.

Доказать: $\triangle ABO = \triangle CDO$.

②

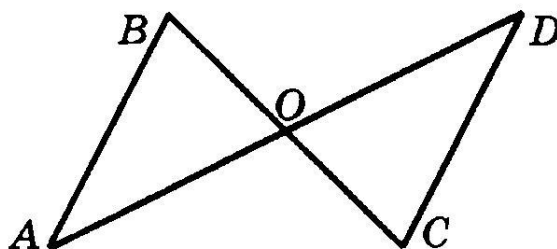
В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 42° . Найдите два других угла треугольника ABC .

③

Точки B и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC . Треугольники ABC и ADC равносторонние. Докажите, что $AB \parallel CD$.

Вариант А2

①



Дано: $AB = CD$; $\angle ABC = 65^\circ$;
 $\angle ADC = 45^\circ$;
 $\angle AOC = 110^\circ$.

Найти: $\angle C$.

Доказать: $\triangle ABO = \triangle DCO$.

②

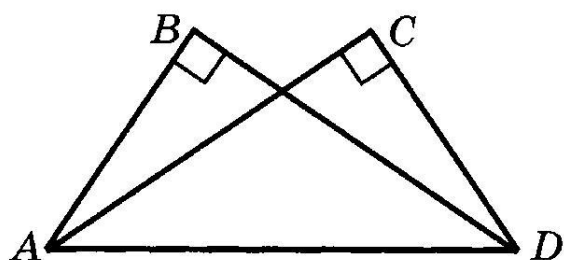
В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC сумма углов A и C равна 156° . Найдите углы треугольника ABC .

③

Точки B и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC . Треугольники ABC и ADC равнобедренные прямоугольные ($\angle B = \angle D = 90^\circ$). Докажите, что $AB \parallel CD$.

Вариант Б 1

1



Дано: $\angle B = \angle C = 90^\circ$;
 $\angle ADC = 50^\circ$; $\angle ADB = 40^\circ$.
 Доказать: $\triangle ABD = \triangle DCA$.

2

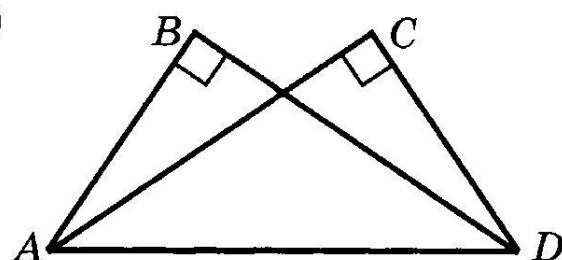
В равнобедренном треугольнике угол между боковыми сторонами в 3 раза больше угла при основании. Найдите углы треугольника.

3

Параллельные прямые a и b пересечены двумя параллельными секущими AB и CD , причем точки A и C принадлежат прямой a , а точки B и D — прямой b . Докажите, что $AC = BD$.

Вариант Б 2

1



Дано: $\angle B = \angle C = 90^\circ$;
 $\angle ADB = 40^\circ$; $\angle BDC = 10^\circ$.
 Доказать: $\triangle ABD = \triangle DCA$.

2

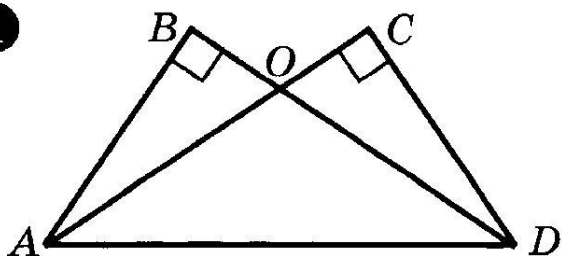
В равнобедренном треугольнике угол при основании в 4 раза больше угла между боковыми сторонами. Найдите углы треугольника.

3

Параллельные прямые a и b пересечены двумя параллельными секущими AB и CD , причем точки A и C принадлежат прямой a , а точки B и D — прямой b . Докажите, что $AB = CD$.

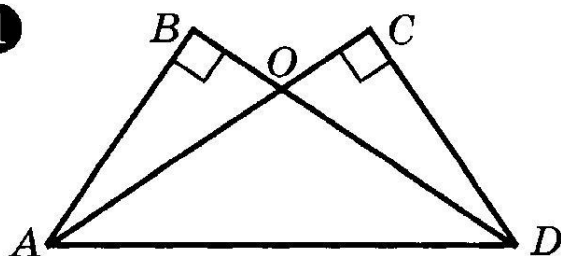
Вариант В 1

1



Вариант В 2

1



Дано: $\angle B = \angle C = 90^\circ$;

$$AB = DC;$$

$$\angle AOB = 40^\circ.$$

Найти: углы треугольника AOD .

②

В равнобедренном треугольнике сумма двух углов равна 140° . Какими могут быть углы треугольника?

③

Докажите, что основание равнобедренного треугольника параллельно биссектрисе одного из внешних углов.

Дано: $\angle B = \angle C = 90^\circ$;

$$AB = DC;$$

$$\angle CDO = 20^\circ.$$

Найти: углы треугольника AOD .

②

В равнобедренном треугольнике один из внешних углов равен 130° . Какими могут быть углы треугольника?

③

Докажите, что если биссектриса внешнего угла треугольника параллельна одной из его сторон, то этот треугольник равнобедренный.

Геометрия

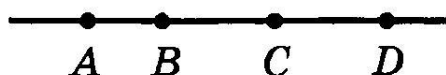
(по учебнику Атанасяна)

Начальные геометрические сведения

СА-1. ПРЯМАЯ И ОТРЕЗОК. ЛУЧ И УГОЛ¹

Вариант А1

①



На прямой отмечены точки A, B, C, D .

а) Какие из данных точек принадлежат отрезку BD ?

отрезку AC ?

б) Отметьте

на отрезке AC точку E такую, что $E \notin AB$.

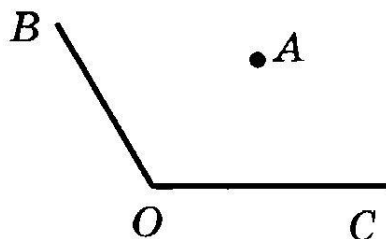
на отрезке BD точку F такую, что $F \notin BC$.

в) Проведите прямую, которая

пересекала бы отрезок AD , но не пересекала отрезок AC .

пересекала бы отрезок AD , но не пересекала отрезок BD .

¹ Здесь и в дальнейшем в задачах рассматриваются углы с градусной мерой не более 180° .

2

Дан угол BOC и точка A ,
лежащая в его внутренней
области.

а) Постройте луч AK , который

пересекал бы луч OB , но не
пересекал луч OC .

пересекал бы луч OC , но не
пересекал луч OB .

б) Постройте луч OD так,
чтобы

угол DOC был развернутым.

угол DOB был развернутым.

в) Лежит ли точка A в
о внутренней области

угла BOD ?

угла COD ?

3

Каждая из трех прямых a, b, c
пересекается с двумя другими.

Могут ли эти прямые иметь

менее трех точек пересече-
ния?

более одной точки пересече-
ния?

Ответ объясните.

Вариант Б 1

1

На прямой отмечены точки A, B, C, D, E .

а) Какие из данных точек

Вариант Б 2

принадлежат отрезку AD , но
не принадлежат отрезку CE ?

принадлежат отрезку BE , но
не принадлежат отрезку AC ?

**б) Отметьте точку K так, чтобы
выполнялись условия**

$K \in AE$, $K \notin BD$, $D \in CK$

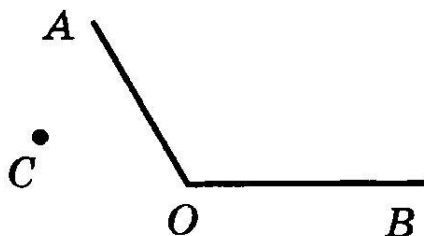
$K \in AD$, $K \notin BC$, $B \in CK$

**в) Проведите прямую, которая
пересекала бы отрезки**

AD и CE .

AC и BE .

2



Дан угол AOB и точка C ,
не лежащая в его внутренней
области.

а) Постройте луч CD , который
пересекал бы лучи OA и OB . не пересекал бы лучи OA и OB .

б) Постройте
развернутый угол COK . развернутый угол FOC .

в) Какие из точек A , B , C лежат
во внутренней области
угла KOA ? угла AOF ?

3

Какое наименьшее число прямых
нужно провести на плоскости,
чтобы они имели

три точки пересечения? четыре точки пересечения?

Ответ подтвердите чертежом.

Вариант В 1Вариант В 2**1**

На прямой отмечены точки
 A, B, C, D, E, F .

а) Какие из данных точек

принадлежат лучу BE и от-
 резку AD ?

принадлежат лучу EA и от-
 резку FC ?

б) Точка X удовлетворяет условиям

$X \in BF, X \notin AD, F \notin C$

$X \in AE, X \notin CF, A \notin X$

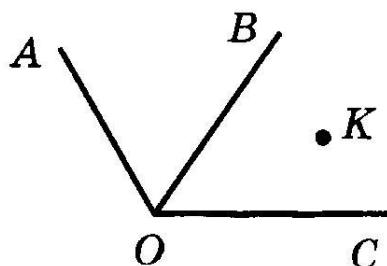
и совпадает с одной из данных точек.
 С какой?

в) Проведите прямую, пересекающую

отрезок BC ,

отрезок DE ,

и назовите все отрезки с концами
 в данных точках, которые пересека-
 ются с этой прямой.

2

Лучи OA, OB и OC имеют общее на-
 чало в точке O . Точка K лежит
 во внутренней области угла BOC .

а) Постройте точку D , такую, что

из нее можно провести луч, пересекающий все три данных луча в трех различных точках.

через нее можно провести прямую, не пересекающую ни один из данных лучей.

б) Постройте развернутый угол с вершиной в точке O так, чтобы

точки A и B лежали внутри этого угла.

точки B и C лежали внутри этого угла.

в) Назовите все неразвернутые углы, во внутренней области которых лежит точка K .

3

Определите, могут ли четыре различные прямые иметь

три точки пересечения.

пять точек пересечения.

Ответ подтвердите чертежом.

СА-2. СРАВНЕНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

Вариант А1

1

На отрезке AC отмечена точка B . Известно, что

$$AC = 16 \text{ см}, AB = 11 \text{ см}.$$

а) Сравните длины отрезков AB и BC .

б) Найдите расстояние от точки B до середины отрезка AC .

Вариант А2

$$AC = 20 \text{ см}, BC = 13 \text{ см}.$$

2

На прямой отмечены точки M, N, K
так, что

$$MN = 3 \text{ дм}, NK = 9 \text{ дм}, \\ MK = 6 \text{ дм.}$$

$$MN = 8 \text{ дм}, NK = 6 \text{ дм}, \\ MK = 2 \text{ дм.}$$

Какая из трех точек лежит между
двумя другими?

3

Отметьте ту часть отрезка AB ,
где может располагаться точка S ,
если

$$AS > BS.$$

$$AS < BS.$$

В а р и а н т Б 1

1

На отрезке AC отмечена точка B .
Известно, что

$$AC = 21 \text{ см}, \text{ а } AB \text{ больше } BC \\ \text{на } 5 \text{ см.}$$

$$AC = 28 \text{ см}, \text{ а } AB \text{ меньше } BC \\ \text{в } 3 \text{ раза.}$$

- а) Найдите длины отрезков AB и BC .
- б) Найдите расстояние от точки B до
середины отрезка AC .

2

На прямой отмечены точки M, N, K
так, что

$$MN = 4 \text{ дм}, MK = 9 \text{ дм.}$$

$$MN = 7 \text{ дм}, NK = 5 \text{ дм.}$$

Какой может быть длина от-
резка NK ?

Какой может быть длина от-
резка MK ?

Рассмотрите два случая.

3

Отметьте ту часть прямой AB ,
где может располагаться точка S ,
если

$$AS > BS.$$

$$AS < BS.$$

Вариант В 1**Вариант В 2****1**

На отрезке AC отмечена точка B .
Известно, что

$$AB : AC = 2:7, \text{ а } BC = 10 \text{ см.} \qquad BC : AC = 3:5, \text{ а } AB = 4 \text{ см.}$$

а) Найдите длины отрезков.

$$AB \text{ и } AC.$$

$$BC \text{ и } AC.$$

б) Найдите расстояние от точки B
до середины отрезка AC .

2

На прямой отмечены точки M, N, K ,
 P так, что

$$MN = 3 \text{ дм, } NK = 1 \text{ дм,} \\ KP = 4 \text{ дм.}$$

$$MN = 2 \text{ дм, } NK = 3 \text{ дм,} \\ KP = 5 \text{ дм.}$$

Какой может быть длина отрезка MP ?
Рассмотрите все возможные случаи.

3

На данной прямой AB укажите
все точки S , удовлетворяющие
условию

$$AS = 3BS.$$

$$BS = 3AS.$$

СА-3. СРАВНЕНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

Вариант А1

①

Луч OB делит угол AOC на два угла.

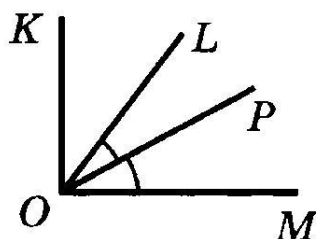
а) Найдите углы AOB и BOC , если

$\angle AOC = 120^\circ$, а угол AOB в 3 раза больше угла BOC .

$\angle AOC = 150^\circ$, а угол AOB в 4 раза меньше угла BOC .

б) Луч OD – биссектриса угла AOC .
Найдите угол BOD .

②



На рисунке $\angle KOM = 90^\circ$,

OP – биссектриса угла LOM .

Найдите $\angle MOL$, если
 $\angle POK = 70^\circ$.

Найдите $\angle MOL$, если
 $\angle KOP = 50^\circ$.

③

Угол, равный 120° , разделен тремя лучами на четыре равных угла. Сколько углов, равных 60° , при этом образовалось?

③

Угол, равный 160° , разделен тремя лучами на четыре равных угла. Сколько углов, равных 80° , при этом образовалось?

Вариант Б1

①

Луч OB делит угол AOC на два угла.

Вариант Б2

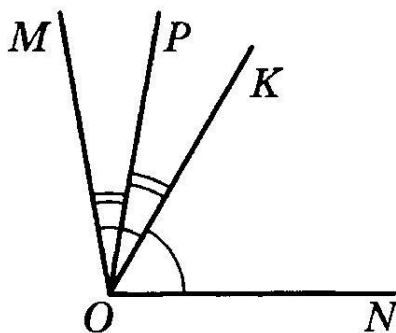
а) Найдите углы AOB и AOC , если

$\angle BOC = 80^\circ$, а угол AOC в 3 раза больше угла AOB .

$\angle BOC = 60^\circ$, а угол AOB в 4 раза меньше угла AOC .

б) Луч OD – биссектриса угла AOC .
Найдите угол BOD .

②



На рисунке луч OK – биссектриса угла NOM , а луч OP – биссектриса угла KOM .

Найдите $\angle PON$, если $\angle POM = 15^\circ$.

Найдите $\angle POM$, если $\angle PON = 75^\circ$.

③

Угол, равный 150° , разделен лучами, исходящими из вершины, на пять равных углов. Сколько прямых углов при этом образовалось?

③

Угол, равный 150° , разделен лучами, исходящими из вершины, на пять равных углов. Сколько углов, равных 60° , при этом образовалось?

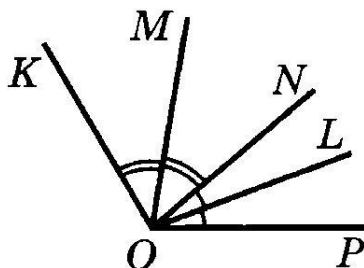
Вариант В 1

①

Прямой угол разделен лучами, исходящими из вершины, на три неравных угла. Найдите эти углы, если

$\angle 1$ на 10° больше суммы $\angle 2$ и $\angle 3$, а $\angle 1 + \angle 3 = 60^\circ$.

$\angle 2$ на 10° меньше суммы $\angle 1$ и $\angle 3$, а $\angle 1 + \angle 2 = 60^\circ$.

2

На рисунке луч OM – биссектриса угла NOK , а луч OL – биссектриса угла NOP .

Найдите $\angle KOP$, если $\angle KOL = 80^\circ$, $\angle POM = 70^\circ$.

Найдите $\angle POK$, если $\angle POM = 55^\circ$, $\angle LOK = 65^\circ$.

3

Через точку на плоскости проведены три прямые.

Какое наименьшее количество острых углов может при этом образоваться?

Какое наибольшее количество тупых углов может при этом образоваться?

СА-4. СМЕЖНЫЕ И ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ

Вариант А1

1

Один из смежных углов в 2 раза больше другого.

Найдите эти углы.

2

Найдите все неразвернутые углы, образовавшиеся при пересечении двух прямых, если

один из них равен 29° .

Вариант А2

в 8 раз меньше другого.

один из них равен 134° .

3

Углы AOB и BOC – смежные.

Луч DO перпендикулярен к лучу BO
и делит угол BOC на два угла.

Найдите $\angle COD$, если
 $\angle AOB = 35^\circ$.

Найдите $\angle AOB$, если
 $\angle COD = 50^\circ$.

Вариант Б 1**1**

Один из смежных углов

на 30° больше другого.

на 50° меньше другого.

Найдите эти углы.

2

Найдите все неразвернутые углы,
образовавшиеся при пересечении д
вух прямых, если

сумма трех из них равна 307° .

сумма двух из них равна 212° .

3

Углы AOB и BOC – смежные.

Прямая DO перпендикулярна
к прямой AC . Какой может быть
величина угла DOB , если

$\angle AOB = 70^\circ$?

$\angle BOC = 100^\circ$?

Рассмотрите два случая.

Вариант В 1**1**

Найдите смежные углы, если

их разность и их сумма от-
носятся как 2:9.

Вариант В 2

их разность и их сумма от-
носятся как 5:18.

2

Найдите все неразвернутые углы, образовавшиеся при пересечении двух прямых, если

один из них на 60° больше суммы двух других.

один из них на 240° меньше суммы двух других.

3

Через точку пересечения двух перпендикулярных прямых проведена третья прямая.

Найдите среди образовавшихся углов

наибольший тупой, если наибольший острый равен 70° .

наименьший острый, если наименьший тупой равен 115° .

СА-5*. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ОБ ОТРЕЗКАХ И УГЛАХ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1

Определите наибольшее и наименьшее число точек пересечения

четырех попарно пересекающихся отрезков.

четырех попарно пересекающихся лучей.

2

На прямой отмечены точки A и B так, что $AB = 6$. Укажите на данной прямой расположение точки (или множества точек) C , удовлетворяющих условию:

а) $AC > CB$;

б) $AC + CB = 7$;

в) $AC - CB = 2$;

г) $CB = 3AC$.

а) $AC < CB$;

б) $AC + CB = 8$;

в) $CB - AC = 4$;

г) $AC = 2CB$.

3

На плоскости отмечены точки

M, N, K так, что

$MN = 10, NK = 6.$

$MN = 8, NK = 7.$

Найдите наибольшее и наименьшее расстояния между точками M и K .

4

Докажите, что

угол, дополняющий меньший из двух смежных углов до прямого, равен полуразности этих смежных углов.

если α и β – смежные углы, то $2|\alpha - 90^\circ| = |\alpha - \beta|$

5

Через точку O проведены три прямые.

Известно, что один из образованных при этом углов – прямой. Сколько еще образовалось прямых углов с вершиной в точке O ?

Рассмотрите тройки несоседних углов, сумма которых равна 180° . Сколько таких троек образовалось?

6

Два равных угла имеют общую вершину, а биссектриса одного из них является продолжением биссектрисы другого. Докажите, что данные углы вертикальные.

6

Два угла имеют общую сторону, а биссектрисы этих углов взаимно перпендикулярны. Докажите, что данные углы смежные.

КА-1. НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Вариант А 1

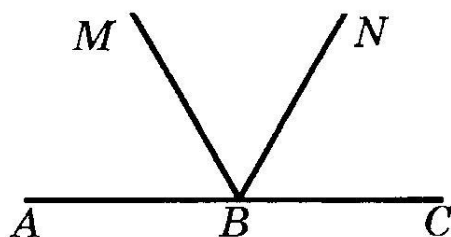
1

На отрезке AB отмечены точки C и D .

а) Найдите длину отрезка CD , если $AB = 8,4$ см, $AC = 2,1$ см, $BD = 1,3$ см.

б) Какая из данных точек лежит между точками B и C ?

2



На рисунке BN – биссектриса угла MBC .

а) Найдите $\angle ABM$, если $\angle MBN = 55^\circ$.

б) Постройте угол ABK , вертикальный с углом NBC , и найдите его градусную меру.

в) Найдите градусную меру угла CBK .

3

Угол AOB , равный 135° , разделен лучами OC и OD на три равных угла. Сколько пар перпендикулярных лучей образовалось при делении?

Вариант А 2

а) Найдите длину отрезка AC , если $AB = 9,2$ см, $BD = 1,9$ см, $CD = 6,3$ см.

На рисунке BM – биссектриса угла ABN .

а) Найдите $\angle NBC$, если $\angle MBN = 65^\circ$.

б) Постройте угол CBK , вертикальный с углом ABM , и найдите его градусную меру.

в) Найдите градусную меру угла ABK .

3

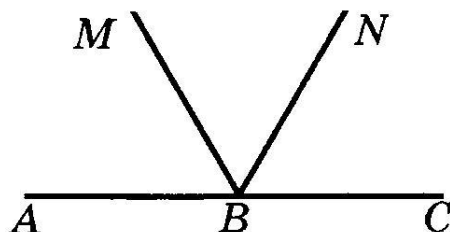
Угол AOB , равный 120° , разделен лучами OC , OD и OE на четыре равных угла. Сколько пар перпендикулярных лучей образовалось при делении?

В а р и а н т Б 1**1**

На отрезке AB отмечены точки C и D .

а) Найдите длину отрезка AD , если $AC = 1,2$ см, $BC = 5$ см, $BD = 3,8$ см.

б) Какая из данных точек лежит между точками B и C ?

2

На рисунке BN – биссектриса угла MBC .

а) Найдите $\angle NBC$, если он на 15° меньше угла ABM .

б) Постройте угол ABK , вертикальный с углом MBC , и найдите его градусную меру.

в) Найдите градусную меру угла NBK .

В а р и а н т Б 2

а) Найдите длину отрезка BD , если $AC = 2,4$ см, $CB = 7,6$ см, $AD = 6$ см.

На рисунке BM – биссектриса угла ABN .

а) Найдите $\angle ABM$, если он на 15° больше угла NBC .

б) Постройте угол CBK , вертикальный с углом ABN , и найдите его градусную меру.

в) Найдите градусную меру угла MBK .

3

Через точку O проведены прямые a, b, c, d так, что $a \perp b$, $c \perp d$.

Найдите острый угол между прямыми a и d , если тупой угол между прямыми b и c равен 110° .

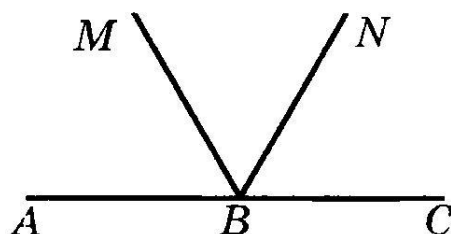
Найдите тупой угол между прямыми a и c , если острый угол между прямыми b и d равен 20° .

Вариант В 1**1**

На отрезке AB отмечены точки C и D .

а) Найдите длину отрезка CD , если $AB = 11$ см, $BC = 7,2$ см, $AD = 6,9$ см.

б) Какая из данных точек лежит между точками B и C ?

2

На рисунке BN – биссектриса угла MBC .

а) Найдите $\angle NBC$, если градусные меры углов ABM и NBC относятся как 8:5.

б) Постройте луч BK – продолжение луча BM , и назовите все образованные пары вертикальных углов.

в) Найдите угол между биссектрисами углов ABK и MBN .

3

Через точку O проведены прямые a, b, c, d так, что $a \perp b, c \perp d$.

Найдите наибольший из образованных острых углов, если наибольший из образованных тупых углов равен 140° .

Вариант В 2

а) Найдите длину отрезка CD , если $AB = 10$ см, $AD = 6,1$ см, $BC = 7,7$ см.

На рисунке BM – биссектриса угла ABN .

а) Найдите $\angle ABN$, если градусные меры углов ABM и NBC относятся как 11:14.

б) Постройте луч BK – продолжение луча BN , и назовите все образованные пары вертикальных углов.

в) Найдите угол между биссектрисами углов CBK и NBC .

Найдите наименьший из образованных острых углов, если наименьший из образованных тупых углов равен 110° .

Треугольники

СА-6. ТРЕУГОЛЬНИК. ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

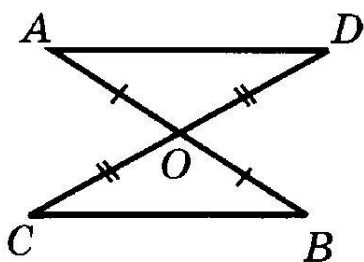
Вариант А1

1

Треугольники ABC и MNK равны.
Известно, что

$AB = MN$, $BC = NK$, $\angle C = 75^\circ$, $MK = 4$ см. Найдите AC и $\angle K$.

2



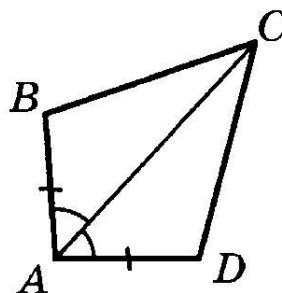
Дано: $AO = OB$, $CO = OD$.
Доказать: $\triangle AOD = \triangle BOC$.

3

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$. Точки M и M_1 — середины отрезков AB и A_1B_1 соответственно. Докажите, что $CM = C_1M_1$.

Вариант А2

2



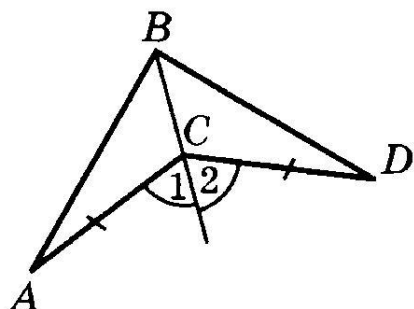
Дано: $AB = AD$, $\angle BAC = \angle DAC$.
Доказать: $\triangle ABC = \triangle ADC$.

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $AB = A_1B_1$. Точки D и D_1 — середины отрезков AC и A_1C_1 соответственно. Докажите, что $BD = B_1D_1$.

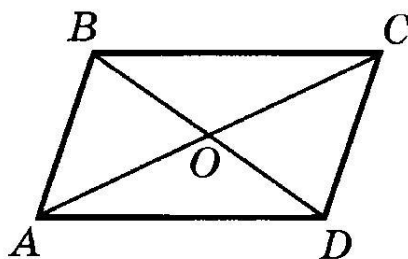
Вариант Б1**1**Треугольники ABC и MNK равны.

Известно, что

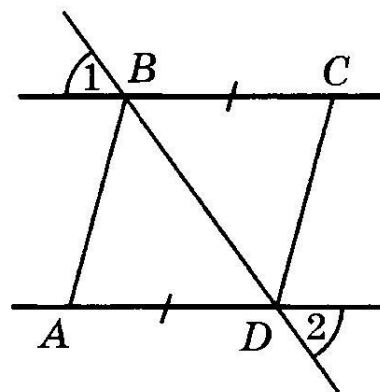
$\angle A = \angle N$, $\angle B = \angle K$, $\angle C < \angle$
Сравните углы M и K .

2

Дано: $AC = DC$, $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $\triangle ABC = \triangle DBC$.

3

На рисунке $\triangle AOB = \triangle COD$.
Докажите, что $AD = BC$.

Вариант Б2**2**

Дано: $AD = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.
Доказать: $\triangle ADB = \triangle CBD$.

Вариант В1**1**Треугольники ABC и MNK равны.

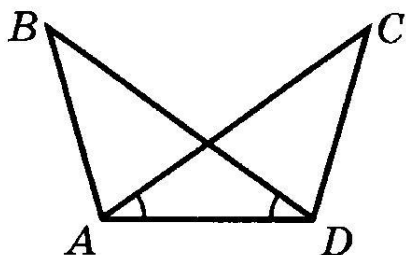
Известно, что

$AB = NK$, $BC > MN$, $AC < MK$.
Найдите в треугольнике MNK
угол, равный углу B .

Вариант В2

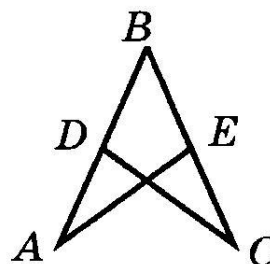
$\angle B = \angle M$, $\angle A > \angle K$, $\angle C < \angle$
Найдите в треугольнике ABC
сторону, равную стороне MN .

②



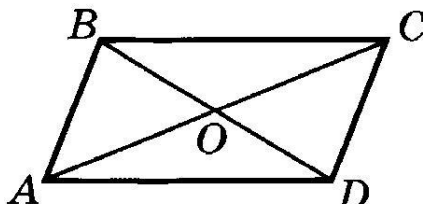
Дано: $AC = BD$, $\angle CAD = \angle BDA$
Доказать: $\triangle ABD = \triangle DCA$.

②



Дано: $AB = BC$, $AD = CE$.
Доказать: $\triangle ABE = \triangle CBD$.

③



На рисунке $\triangle ABC = \triangle CDA$.
Докажите равенство треугольников ABD и CDB .

На рисунке $\triangle ABD = \triangle CDB$.
Докажите равенство треугольников ABC и CDA .

СА-7. МЕДИАНА, БИСЕКТРИСА И ВЫСОТА ТРЕУГОЛЬНИКА. СВОЙСТВО РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

①

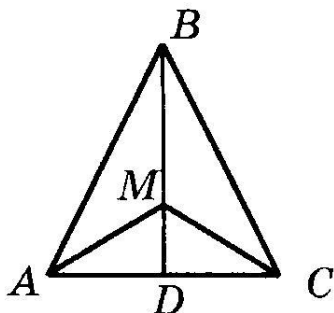
Периметр равнобедренного треугольника равен 34 см. Найдите стороны треугольника, если его основание на 2 см меньше боковой стороны.

Вариант А2

①

Периметр равнобедренного треугольника равен 28 см. Найдите стороны треугольника, если его основание на 4 см больше боковой стороны.

2



В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на медиане BD выбрана точка M . Докажите равенство треугольников ABM и CBM .

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на высоте BD выбрана точка M . Докажите равенство треугольников AMD и CMD .

3

В треугольнике MNK $MN = NK$. Точки A , B и C – середины сторон MK , MN и NK соответственно. Докажите, что $\angle MAB = \angle KAC$.

3

В треугольнике MNK $MN = NK$. Точки A , B и C – середины сторон MK , MN и NK соответственно. Докажите, что $\angle MBA = \angle KCA$.

Вариант Б 1

1

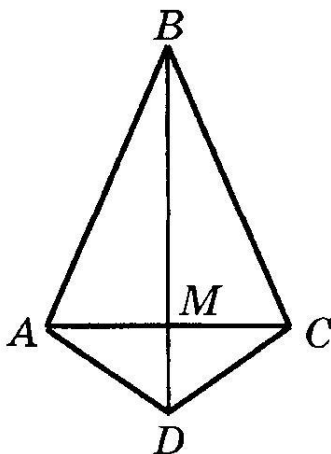
В равнобедренном треугольнике ABC к основанию AC проведена биссектриса BD , равная 7 см. Найдите периметр треугольника ABC , если периметр треугольника ABD равен 18 см.

Вариант Б 2

1

В равнобедренном треугольнике ABC к основанию AC проведена высота BD , равная 8 см. Найдите периметр треугольника BDC , если периметр треугольника ABC равен 38 см.

2



В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на продолжении высоты BM выбрана точка D . Докажите, что треугольник ADC равнобедренный.

3

В треугольнике MNK на равных сторонах MN и NK выбраны точки A и B соответственно так, что $MA = KB$. Найдите длину отрезка KA , если $MB = 3$ см.

Вариант В 1

1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC к боковой стороне AB проведена медиана CD . Периметр треугольника DBC больше периметра треугольника ADC на 19 см. Найдите стороны треугольника ABC , если его периметр равен 53 см.

2

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC медианы AA_1 и CC_1 пересекаются в точке O . Найдите среди образовавшихся треугольников два равных треугольника

с общим углом B

и докажите их равенство.

В равнобедренном треугольнике ADC с основанием AC на продолжении медианы DM выбрана точка B . Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

3

В треугольнике MNK на равных сторонах MN и NK выбраны точки A и B соответственно так, что $NA = NB$. Найдите длину отрезка MB , если $KA = 7$ см.

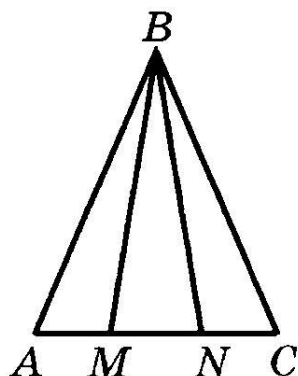
Вариант В 2

1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC к боковой стороне BC проведена медиана AD , равная 13 см. Найдите стороны треугольника ABC , если периметры треугольников ABD и ADC равны 49 см и 30 см соответственно.

с общей стороной AC

3



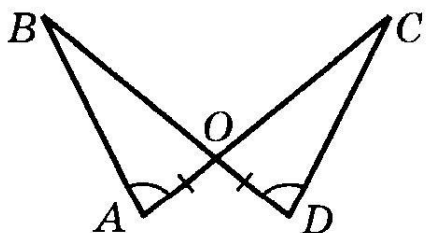
На продолжении основания MN равнобедренного треугольника MBN выбраны точки A и C так, что $AN = MC$ (см. рисунок). Найдите длины отрезков AB и BC , если $AC = 14$ см, $P_{\triangle ABC} = 42$ см.

На основании AC равнобедренного треугольника ABC выбраны точки M и N так, что $AN = MC$ (см. рисунок). Найдите длины отрезков MB и BN , если $MN = 6$ см, $P_{\triangle MBN} = 22$ см.

СА-8. ВТОРОЙ И ТРЕТИЙ ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Вариант А1

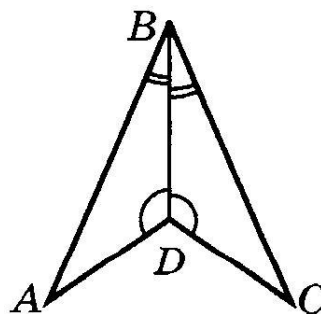
1



Дано: $AO = DO$, $\angle A = \angle D$.
Доказать: $\triangle AOB = \triangle DOC$.

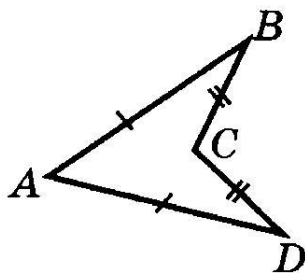
Вариант А2

1



Дано: BD — биссектриса $\angle ABC$, $\angle ADB = \angle CDB$
Доказать: $\triangle ABD = \triangle CBD$.

2



Дано: $AB = AD$, $CB = CD$.

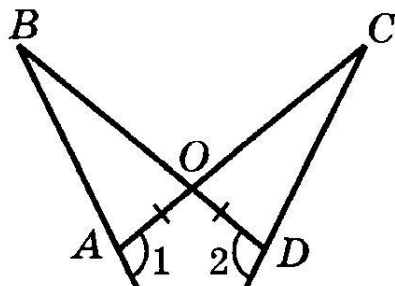
Доказать: $\angle B = \angle D$.

3

Докажите признак равенства равнобедренных треугольников по основанию и углу при основании.

Вариант Б 1

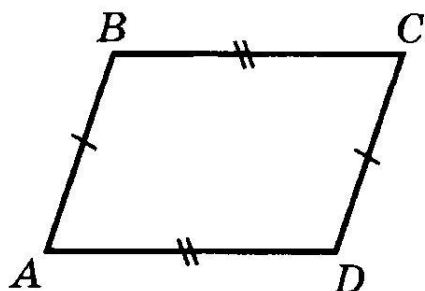
1



Дано: $AO = DO$, $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать: $\triangle AOB = \triangle DOC$.

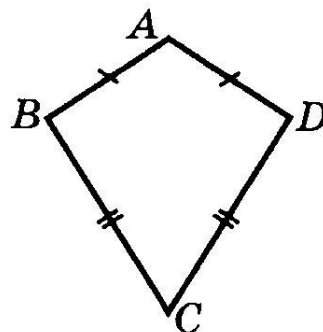
2



Дано: $AD = BC$, $AB = CD$.

Доказать: $\angle A = \angle C$.

2



Дано: $AB = AD$, $CB = CD$.

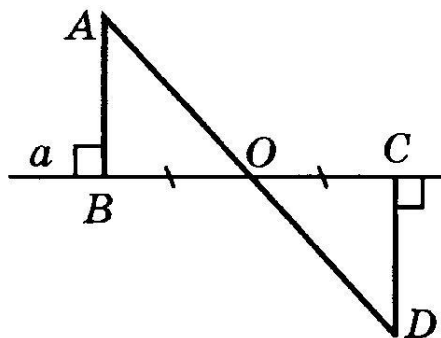
Доказать: $\angle B = \angle D$.

3

Докажите признак равенства равнобедренных треугольников по основанию и боковой стороне.

Вариант Б 2

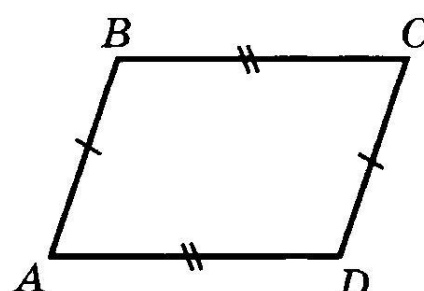
1



Дано: $AB \perp a$, $DC \perp b$, $BO = OC$.

Доказать: $\triangle AOB = \triangle DOC$.

2



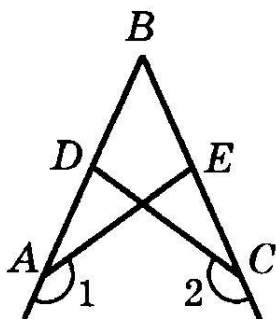
Дано: $AD = BC$, $AB = CD$.

Доказать: $\angle B = \angle D$.

3

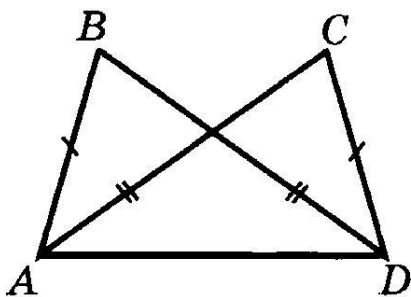
Докажите признак равенства треугольников по высоте и двум углам, на которые она делит угол треугольника.

Вариант В 1

1

Дано: $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать: $AE = CD$.

2

Дано: $AC = BD$, $AB = CD$.

Доказать: $\angle B = \angle C$.

3

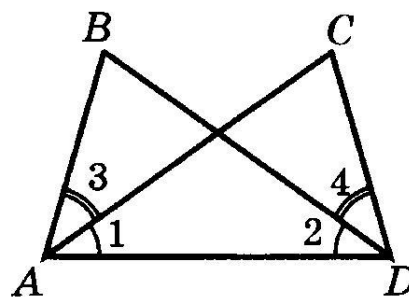
Используя дополнительные построения, докажите признак равенства треугольников

по двум сторонам и медиане, исходящим из одной вершины.

3

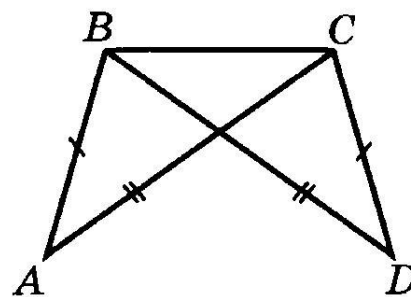
Докажите признак равенства треугольников по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из них.

Вариант В 2

1

Дано: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$

Доказать: $\angle B = \angle C$.

2

Дано: $AC = BD$, $AB = CD$.

Доказать: $\angle A = \angle D$.

по медиане и двум углам, на которые она делит угол треугольника.

СА-9. ОКРУЖНОСТЬ. ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ

Вариант А 1

①

Точки A, B, C, D лежат на окружности с центром в точке O .

Докажите, что если

$\angle AOB = \angle COD$, то $AB = CD$.

Вариант А 2

②

Дан острый угол ABC . Постройте его биссектрису — луч BM . Постройте угол MBN , равный углу ABC .

③

Дан отрезок AB и лежащая на нем точка C . Постройте окружность с диаметром AB . Постройте хорду этой окружности, проходящую через точку C и перпендикулярную к AB .

②

Дан отрезок AB . Постройте его середину — точку C . На луче AB построьте отрезок CD , равный AB .

③

Дан отрезок AB . Постройте окружность радиуса AB такую, чтобы точки A и B лежали на окружности. Постройте хорду AC , перпендикулярную к хорде AB .

Вариант Б 1

①

Отрезок AD — диаметр окружности с центром в точке O . На окружности отмечены точки B и C так, что хорды AB, BC и CD равны.

Найдите величину угла AOC .

Вариант Б 2

Найдите величину угла BOD .

2

Дан произвольный треугольник ABC . Постройте его медиану BM . Постройте биссектрису угла BMC .

3

Дана прямая a и точка M , не лежащая на ней. Постройте прямую, проходящую через точку M и перпендикулярную к прямой a . Постройте окружность с центром в точке M , имеющую с прямой a одну общую точку.

2

Дан произвольный треугольник ABC . Постройте его биссектрису BM . Постройте середину отрезка BM .

3

Дан отрезок AB . Постройте прямую a , перпендикулярную к данному отрезку и проходящую через его середину. Постройте окружность радиуса $0,5AB$ с центром на прямой a , имеющую с отрезком AB одну общую точку.

В а р и а н т В 1

1

Точка A лежит на окружности с центром в точке O . AB и AC – равные хорды окружности, AD – ее диаметр. Докажите, что

DA – биссектриса угла BDC .

AD – биссектриса угла BAC .

2

В треугольнике ABC угол B – тупой. Постройте отрезок AH – высоту треугольника ABC , и отрезок AM – биссектрису треугольника ABH .

2

В треугольнике ABC угол C – тупой. Постройте отрезок AM – медиану треугольника ABC , и отрезок AH – высоту треугольника ACM .

3

Дана прямая a и точки M и N такие, что $M \in a$, $N \notin a$. Постройте на прямой a точ-

3

Дан неразвернутый угол MNK и прямая a , пересекающая его стороны (точки M и K

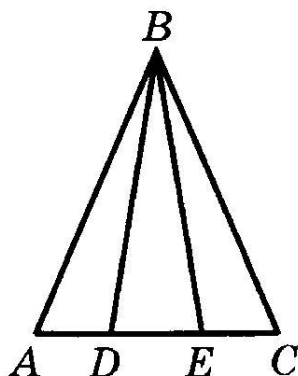
ку K , равноудаленную от точек M и N . Постройте окружность, проходящую через точки M , K и N .

не лежат на прямой a). Постройте на прямой a точку O такую, что $\angle MNO = \angle ONK$. Постройте окружность, проходящую через точки M , K и O

КА-2. ТРЕУГОЛЬНИКИ

Вариант А1

1



На данном рисунке треугольник ABC равнобедренный с основанием AC , $\angle ABD = \angle CBE$.

- Докажите, что треугольник DBE равнобедренный.
- Найдите $\angle ADB$, если $\angle BED = 70^\circ$.

2

Дан отрезок и неразвернутый угол. Постройте точку, лежащую на биссектрисе данного угла и удаленную от вершины угла на расстояние, равное длине данного отрезка.

Вариант А2

На данном рисунке треугольник ABC равнобедренный с основанием AC , $AD = CE$.

- Докажите, что треугольник DBE равнобедренный.
- Найдите $\angle BDE$, если $\angle BEC = 115^\circ$.

2

Дан отрезок и прямая. Постройте прямую, перпендикулярную к данной, и отметьте на ней точки, удаленные от точки пересечения прямых на расстояние, равное длине данного отрезка.

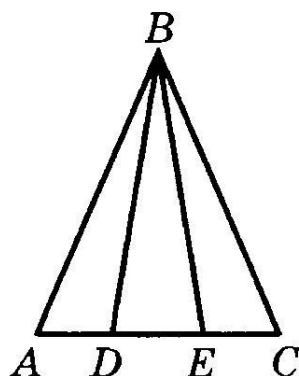
3

В окружности с центром O проведена хорда AB . Отрезок OC – радиус окружности, перпендикулярный к AB . Докажите равенство хорд AC и BC .

3

В окружности с центром O проведена хорда AB . Отрезок OC – радиус окружности, перпендикулярный к AB . Докажите, что луч CO – биссектриса угла ACB .

Вариант Б 1

1

На данном рисунке треугольник DBE равнобедренный с основанием DE , $\angle ABE = \angle DBC$.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
 б) Найдите $\angle BDE$, если сумма углов BDA и BEC равна 230° .

2

Дан отрезок AC . Постройте его середину – точку D . Постройте точку B такую, чтобы отрезок BD был равен отрезку AC и являлся бис---

Вариант Б 2

На данном рисунке треугольник DBE равнобедренный с основанием DE , $AE = DC$.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
 б) Найдите $\angle BEC$, если сумма углов BDE и BED равна 140° .

2

Дан неразвернутый угол с вершиной B . Постройте его биссектрису. Выберите на биссектрисе угла точку D и постройте на сторонах угла точки A

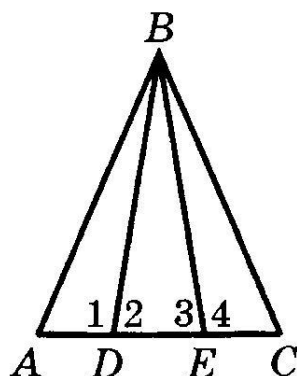
сектрисой равнобедренного треугольника ABC .

3

Докажите, что если в треугольнике два угла равны, то биссектрисы, проведенные из вершин этих углов, также равны.

Вариант В1

1



На данном рисунке высота треугольника ABC является медианой треугольника DBE , $AD = CE$.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Найдите $\angle 1$, если $\angle 2 + \angle 3 - \angle 4 = 30^\circ$.

2

Дан угол AOB и точка C внутри него. Постройте прямую, которая проходит через точку C

и пересекает лучи OA и OB под равными углами.

и C такие, чтобы отрезок BD был медианой равнобедренного треугольника ABC .

3

Докажите, что если в треугольнике две стороны равны, то медианы, проведенные к этим сторонам, также равны.

Вариант В2

На данном рисунке высота треугольника ABC является биссектрисой треугольника DBE , $\angle ABD = \angle CBE$

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Найдите $\angle 2$, если $\angle 1 + \angle 4 - \angle 3 = 165^\circ$.

и отсекает на лучах OA и OB равные отрезки.

3

Две окружности с равными радиусами пересекаются в двух точках.

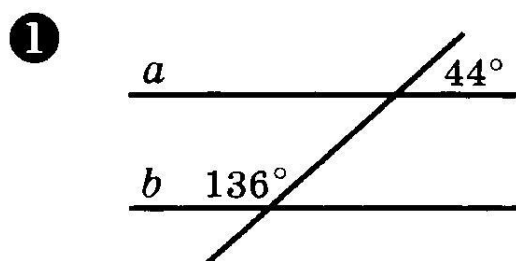
Докажите, что их общая хорда перпендикулярна к отрезку, соединяющему центры окружностей.

Докажите, что отрезок, соединяющий центры окружностей, делит пополам их общую хорду.

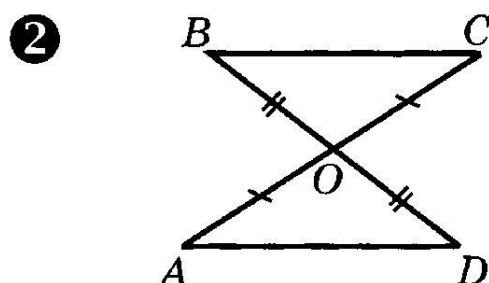
Параллельные прямые

СА-10. ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМЫХ. АКСИОМА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

Вариант А1



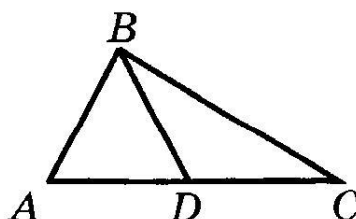
По данным рисунка докажите, что $a \parallel b$.



Дано: $AO = CO$, $BO = DO$.

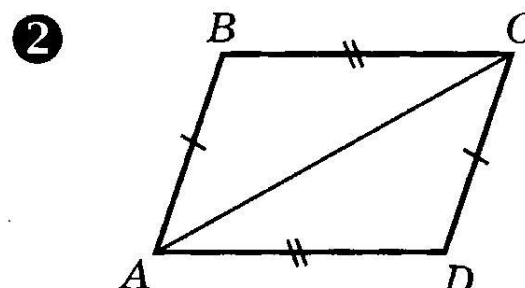
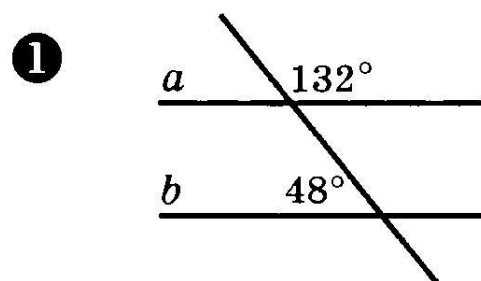
Доказать: $AD \parallel BC$.

3



Через точки A и C проведите прямые a и c , параллельные BD . Верно ли, что $a \parallel c$? Ответ объясните.

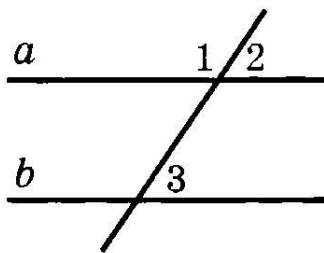
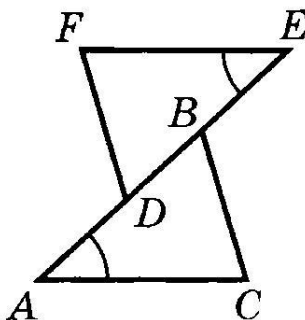
Вариант А2



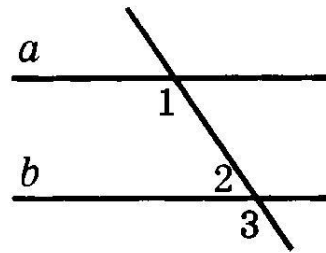
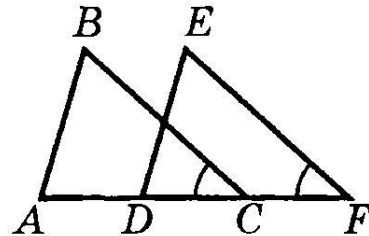
Дано: $AD = BC$, $AB = CD$.

Доказать: $AD \parallel BC$.

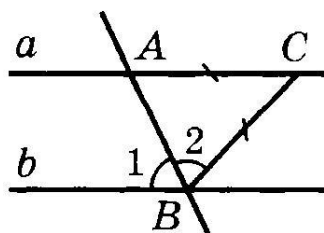
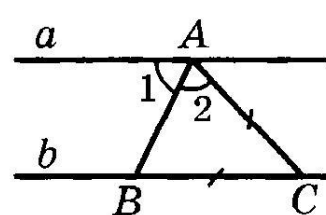
Через точки C и D проведите прямые c и d , параллельные AB . Верно ли, что $c \parallel d$? Ответ объясните.

Вариант Б 1**1**Дано: $\angle 1 - \angle 2 = 20^\circ$, $\angle 3 = 80^\circ$.Параллельны ли прямые a и b ?**2**Дано: $AD = BE$, $\angle A = \angle E$, $FE = AC$.Доказать: $FD \parallel BC$.**3**

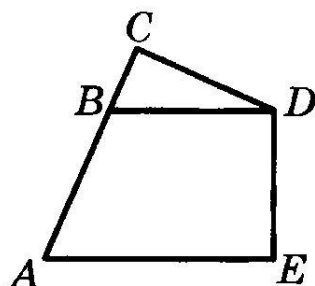
Точка D – середина стороны AB треугольника ABC . Через точки B и D проведены прямые b и d , параллельные AC . Пересекаются ли прямые b и d ? Ответ объясните.

Вариант Б 2**1**Дано: $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 3 = 2 \cdot \angle 2$.**2**Дано: $AD = CF$, $\angle C = \angle F$, $FE = CB$.Доказать: $AB \parallel DE$.**3**

Точка K – середина стороны BC треугольника ABC . Через точки C и K проведены прямые s и k , параллельные AB . Пересекаются ли прямые s и k ? Ответ объясните.

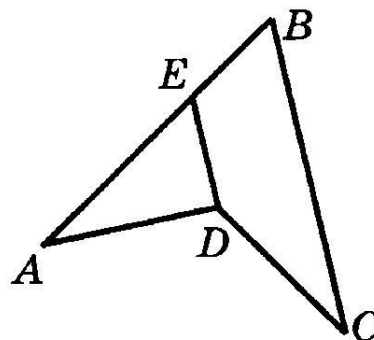
Вариант В 1**1**Дано: $AC = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.Параллельны ли прямые a и b ?**Вариант В 2****1**Дано: $AC = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.

2



Дано: $AB = BD$,
 $CD = DE$, $AE = AC$.
 Доказать: $BD \parallel AE$.

2



Дано: $AB = BC$,
 $AD = DC$, $BE = ED$.
 Доказать: $BC \parallel DE$.

3

Отрезки AB и AC – равные хорды окружности с центром O . Проведите через точки O и A прямые, параллельные BC . Какие углы образуют эти прямые с диаметром AD ?

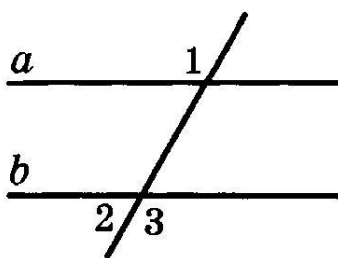
3

Отрезки AB и AC – равные взаимно перпендикулярные хорды окружности. Проведите через точки B и C прямые, параллельные диаметру AD . Какие углы образуют эти прямые с данными хордами?

СА-11. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

Вариант А1

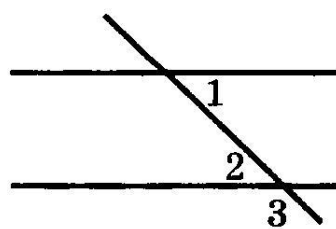
1



Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 = 132^\circ$.
 Найти: $\angle 2$, $\angle 3$.

Вариант А2

1



Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 = 47^\circ$.
 Найти: $\angle 2$, $\angle 3$.

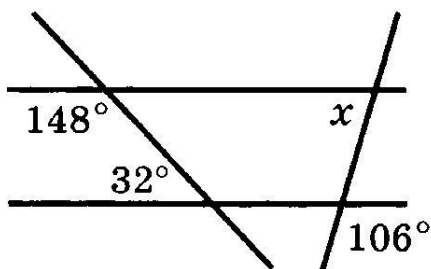
②

В треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$. Через вершину C проведена прямая, которая параллельна стороне AB и образует с AC угол 36° . Найдите углы A и C .

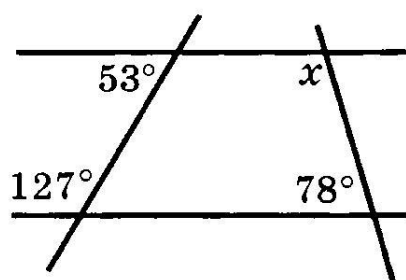
②

В треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$. Через вершину B проведена прямая, которая параллельна стороне AC и образует с AB угол 48° . Найдите углы A и C .

③



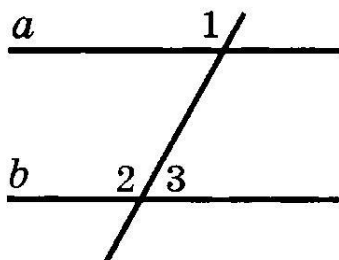
③



По данным рисунка найдите угол x .

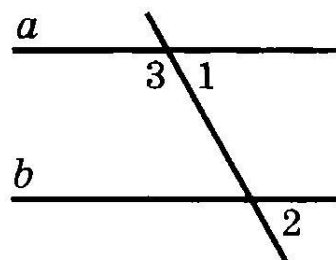
Вариант Б 1

①



Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 = 250^\circ$.
Найти: $\angle 3$.

①



Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 = 86^\circ$.
Найти: $\angle 3$.

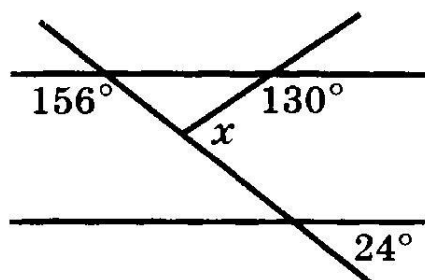
②

Дан угол ABC , равный 82° . Через точку D , лежащую на его биссектрисе, проведена прямая, параллельная прямой BC и пересекающая сторону AB в точке E . Найдите углы треугольника BDE .

②

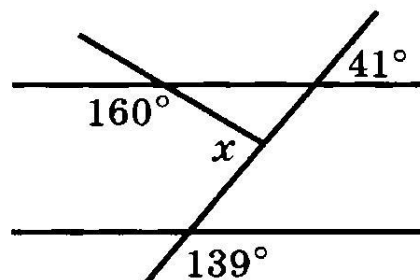
Через точку D , лежащую на биссектрисе BM неразвернутого угла ABC , проведена прямая, параллельная прямой AB и пересекающая сторону BC в точке E . Найдите углы треугольника BDE , если $\angle MBE = 64^\circ$.

3



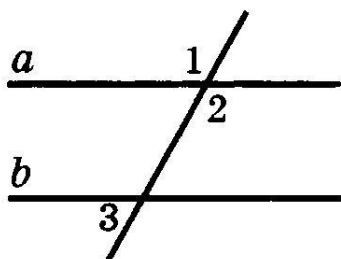
По данным рисунка найдите угол x .

3



Вариант В 1

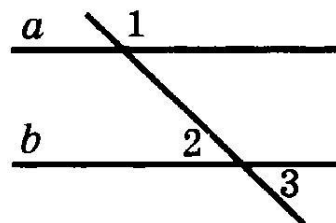
1



Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 290^\circ$.

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

1



Дано: $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 145^\circ$.

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

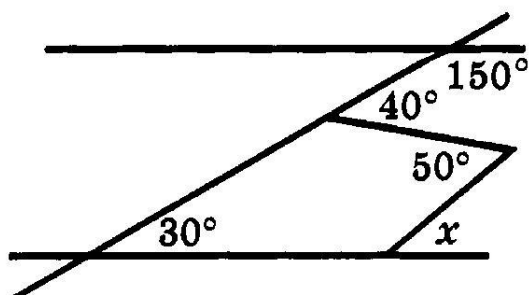
2

Внутри неразвернутого угла ABC проведены параллельные лучи AD и CE . Найдите $\angle ABC$, если $\angle DAB = 132^\circ$, $\angle BCE = 118^\circ$.

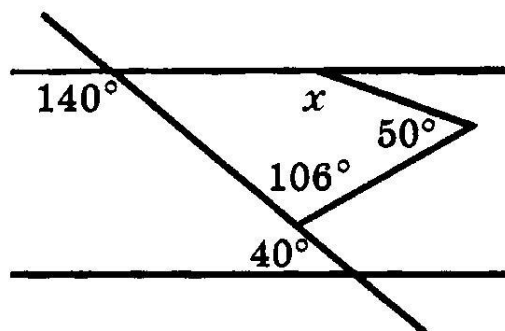
2

Вне неразвернутого угла ABC проведены параллельные лучи AD и CE . Найдите $\angle ABC$, если $\angle DAB = 68^\circ$, $\angle BCE = 42^\circ$.

3



3

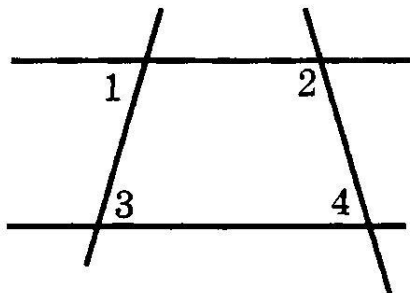


По данным рисунка найдите угол x .

КА-3. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

Вариант А1

1



На данном рисунке $\angle 1 = 82^\circ$, $\angle 2 = 119^\circ$, $\angle 3 = 82^\circ$.

- а) Найдите $\angle 4$.
 б) Сколько углов, равных $\angle 4$, изображено на рисунке? Отметьте эти углы.

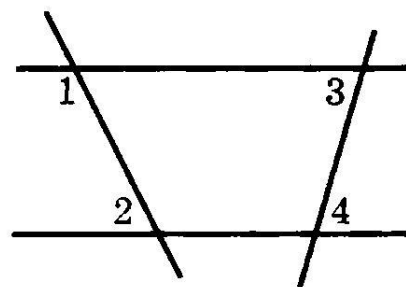
2

Из точек A и B , лежащих на одной из сторон данного острого угла, проведены перпендикуляры AC и BD ко второй стороне угла.

- а) Докажите, что $AC \parallel BD$.
 б) Найдите $\angle ABD$, если $\angle CAB = 125^\circ$.

Вариант А2

1



На данном рисунке $\angle 1 = 112^\circ$, $\angle 2 = 68^\circ$, $\angle 3 = 63^\circ$.

- а) Найдите $\angle 4$.
 б) Сколько углов, равных $\angle 4$, изображено на рисунке? Отметьте эти углы.

2

Из точек C и D , лежащих на одной из сторон данного острого угла, проведены перпендикуляры к этой стороне, пересекающие вторую сторону угла в точках A и B соответственно.

- а) Докажите, что $AC \parallel BD$.
 б) Найдите $\angle CAB$, если $\angle ABD = 55^\circ$.

3

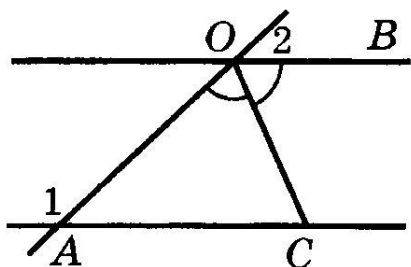
На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки D и E соответственно. Докажите, что

если $\angle BDE = \angle BAC$, то
 $\angle BED = \angle BCA$.

если $\angle BED = \angle BCA$, то
 $\angle BDE = \angle BAC$.

Вариант Б 1

1



На данном рисунке OC – биссектриса угла AOB , $\angle 1 = 128^\circ$, $\angle 2 = 52^\circ$.

- Докажите, что $AO = AC$.
- Найдите $\angle ACO$.

2

Дан угол ABC , равный 52° . Через точки A и B проведены прямые AD и BK , перпендикулярные к прямой BC (точки A и K лежат по одну сторону от BC , точка D лежит внутри угла ABC).

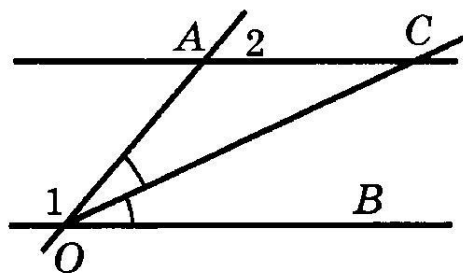
- Найдите $\angle BAD$.
- Найдите $\angle BKA$, если $\angle BAK = 40^\circ$.

3

Отрезки MN и KP пересекаются в точке O так, что $MO = NO$ и $KN \parallel MP$. Докажите, что $KM \parallel NP$.

Вариант Б 2

1



На данном рисунке OC – биссектриса угла AOB , $\angle 1 = 128^\circ$, $\angle 2 = 52^\circ$.

- Докажите, что $AO = AC$.
- Найдите $\angle ACO$.

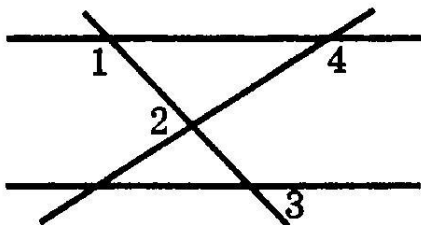
2

Дан угол ABC , равный 115° . Через точки A и B проведены прямые AD и BK , перпендикулярные к прямой BC (точки A и K лежат по одну сторону от BC , точка D не лежит внутри угла ABC).

- Найдите $\angle BAD$.
- Найдите $\angle AKB$, если $\angle BAK = 36^\circ$.

3

Отрезки KM и NP пересекаются в точке O так, что $KN = MP$ и $KN \parallel MP$. Докажите, что $KP \parallel MN$.

Вариант В1**1**

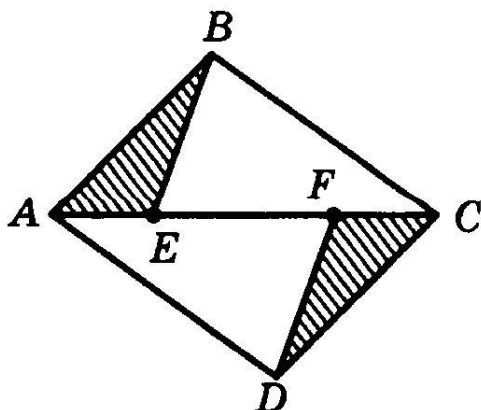
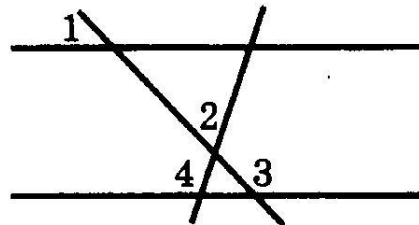
На данном рисунке $\angle 1 = 130^\circ$, $\angle 2 = 72^\circ$, $\angle 3 = 50^\circ$.
Найдите $\angle 4$.

2

Из точек A и B , лежащих на одной из сторон данного острого угла с вершиной O , проведены перпендикуляры AC и BD ко второй стороне угла.

а) Найдите $\angle ABD$, если $\angle CAB = 130^\circ$.

б) Используя дополнительное построение, найдите угол AOC .

3**Вариант В2****1**

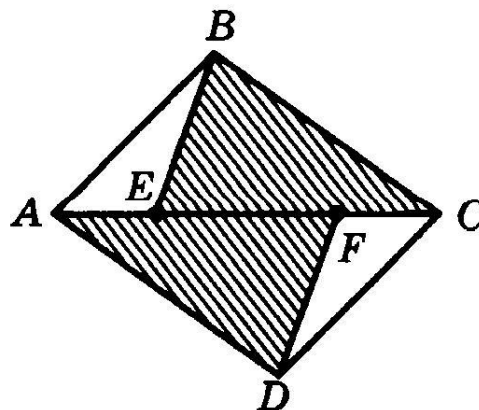
На данном рисунке $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 2 = 82^\circ$, $\angle 3 = 155^\circ$.
Найдите $\angle 4$.

2

Из точек C и D , лежащих на одной из сторон данного острого угла с вершиной O , проведены перпендикуляры к этой стороне, пересекающие вторую сторону угла в точках A и B соответственно.

а) Найдите $\angle ABD$, если $\angle CAB = 130^\circ$.

б) Используя дополнительное построение, найдите угол AOC .

3

На данном рисунке $AB \parallel CD$
 $AB = CD$, $AE = CF$. Докажите,
что $AD \parallel BC$.

На данном рисунке $AD \parallel BC$
 $AD = BC$, $AF = CE$. Докажите,
что $AB \parallel CD$.

Соотношения между сторонами и углами треугольника

СА-12. СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1

Найдите острые углы прямоугольного
треугольника, если

один из них на 60° больше
другого.

2

Внешний угол при основании
равнобедренного треугольни-
ка равен 140° . Найдите углы
треугольника.

3

Определите, является ли тре-
угольник ABC тупоугольным,
если два его внешних угла
равны 135° и 160° .

Вариант А2

2

Внешний угол при вершине
равнобедренного треугольни-
ка равен 100° . Найдите углы
треугольника.

3

Определите, является ли
треугольник ABC прямоуголь-
ным, если два его внешних
угла равны 125° и 145° .

Вариант Б1

1

Найдите углы равнобедренного
треугольника, если

один из них на 90° больше
другого.

Вариант Б2

один из них на 120° меньше
другого.

2

В прямоугольном треугольнике градусные меры внешних углов относятся как 3:4:5. Найдите острые углы этого треугольника.

3

Определите, является ли треугольник ABC тупоугольным, если его биссектрисы пересекаются в точке O и $\angle AOB = 140^\circ$.

2

В прямоугольном треугольнике градусные меры наибольшего и наименьшего внешних углов относятся как 8:5. Найдите острые углы этого треугольника.

3

Определите, является ли треугольник ABC прямоугольным, если сумма его внешних углов при вершинах A и B равна 270° .

В а р и а н т В 1

1

Найдите углы равнобедренного треугольника, если

градусные меры двух из них относятся как 2:5.

один из них в два раза меньше другого.

Сколько решений имеет задача?

2

В прямоугольном треугольнике сумма двух внешних углов при различных вершинах равна 200° . Найдите острые углы этого треугольника.

3

Определите, является ли прямоугольным треугольник, в котором сумма двух внутренних и одного внешнего угла равна 180° .

2

В прямоугольном треугольнике разность наибольшего и наименьшего внешних углов равна 70° . Найдите острые углы этого треугольника.

3

Определите, является ли прямоугольным треугольник, в котором сумма двух внешних и одного внутреннего угла равна 360° .

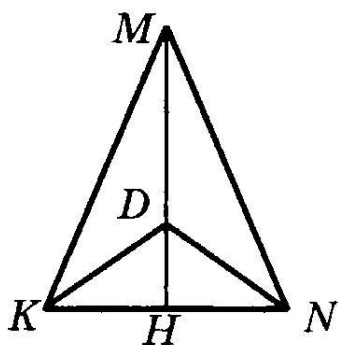
СА-13. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА. НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1

В треугольнике ABC угол B – тупой, AD – биссектриса треугольника. Докажите, что $AD > AB$.

2



В треугольнике KMN $\angle K = \angle N$. На высоте MH отмечена точка D . Докажите, что треугольник KDN равнобедренный.

3

Две стороны равнобедренного треугольника равны 3 см и 8 см. Определите, какая из них является основанием треугольника.

Вариант Б1

1

Отрезок BD – биссектриса треугольника ABC . Докажите, что $AB > AD$.

Вариант А2

1

В треугольнике ABC угол B – тупой, AD – медиана треугольника. Докажите, что $\angle ADC > \angle DAC$

В треугольнике KDN $\angle K = \angle N$. На продолжении медианы DH отмечена точка M . Докажите, что треугольник KMN равнобедренный.

3

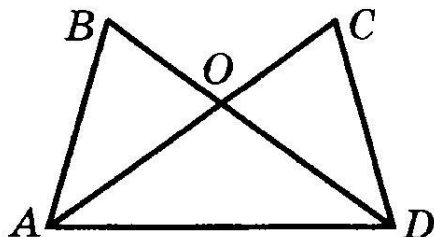
Две стороны равнобедренного треугольника равны 10 см и 4 см. Определите, какая из них является боковой стороной.

Вариант Б2

1

Отрезок BD – биссектриса треугольника ABC . Докажите, что $CD < CB$.

②



На данном рисунке $AB = CD$, $\angle BAD = \angle CDA$. Докажите, что треугольник AOD равнобедренный.

На данном рисунке $AB = CD$, $AC = BD$. Докажите, что треугольник AOD равнобедренный.

③

Определите, существует ли треугольник с периметром 28 см, в котором одна из сторон меньше другой на 4 см и меньше третьей на 9 см.

③

Определите, существует ли треугольник с периметром 32 см, в котором одна из сторон больше другой на 9 см и больше третьей на 7 см.

Вариант В 1

①

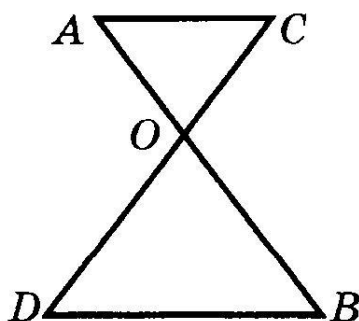
На катете AC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) отмечена точка D . Докажите, что $BA > BD > BC$.

Вариант В 2

①

В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC с основанием AC проведена медиана CD . Докажите, что $\angle BCD < \angle ABC < \angle ADC$.

②



Равные отрезки AB и CD пересекаются в точке O , причем $AC \parallel BD$. Докажите, что треугольник AOC равнобедренный.

Равные отрезки AB и CD пересекаются в точке O , причем $AC \parallel BD$. Докажите, что треугольник BOD равнобедренный.

3

Докажите, что любая диагональ четырехугольника меньше половины его периметра.

3

Докажите, что сумма диагоналей четырехугольника меньше его периметра.

СА-14. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

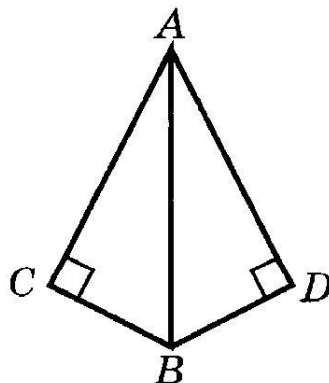
Вариант А 1

1

Высота прямоугольного треугольника делит прямой угол на два угла, один из которых в 4 раза больше другого. Найдите острые углы данного треугольника.

2

Угол ABC равен 120° . Из точки A проведен перпендикуляр AM к прямой BC . Найдите длину отрезка BM , если $AB = 18$ см.

3

Прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу AB .

Вариант А 2

1

Высота прямоугольного треугольника делит прямой угол на два угла, один из которых на 40° больше другого. Найдите острые углы данного треугольника.

2

Угол ABC равен 150° . Из точки A к прямой BC проведен перпендикуляр AM , равный 12 см. Найдите длину отрезка AB .

Известно, что AB – биссектриса угла CAD . Докажите, что BA – биссектриса угла CBD .

Известно, что BA – биссектриса угла CBD . Докажите, что AB – биссектриса угла CAD .

Вариант Б 1

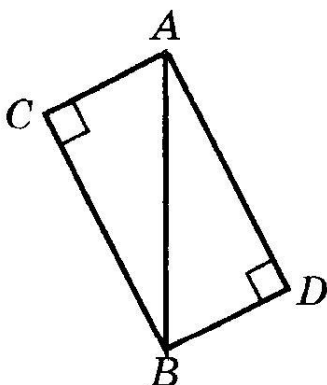
①

В прямоугольном треугольнике биссектриса наибольшего угла пересекает гипотенузу под углом 80° . Найдите острые углы данного треугольника.

②

В прямоугольном треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8$ см, $AC = 16$ см. Найдите углы, которые образует высота BH с катетами треугольника.

③



Прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу AB .

Известно, что $AC \parallel BD$. Докажите, что $AD = BC$.

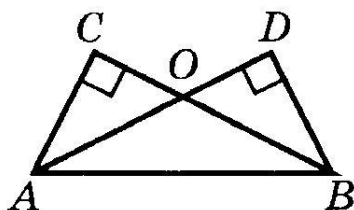
Известно, что $AC = BD$. Докажите, что $AD \parallel BC$.

Вариант В 1**1**

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых в 8 раз меньше другого. Найдите острые углы данного треугольника.

2

В прямоугольном треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, AD – биссектриса треугольника, $AD = 8$ см. Найдите длину катета BC .

3

Прямоугольные треугольники ABC и ABD имеют общую гипотенузу AB .

Известно, что $\angle CBA = \angle DAB$. Докажите равенство треугольников ACO и BDO .

Вариант В 2**1**

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, образует с гипотенузой углы, один из которых на 100° больше другого. Найдите острые углы данного треугольника.

2

В прямоугольном треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $BC = 18$ см. Найдите длины отрезков, на которые биссектриса AD делит катет BC .

Известно, что $AD = BC$. Докажите равенство треугольников ACO и BDO .

СА-15*. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ О СООТНОШЕНИЯХ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ (домашняя самостоятельная работа)

В а р и а н т 1

1

Внутренние углы треугольника относятся как 3:7:8. Найдите отношение внешних углов треугольника.

2

Внутренний угол треугольника равен разности двух внешних углов, не смежных с ним. Докажите, что данный треугольник прямоугольный.

3

Высота прямоугольного треугольника делит прямой угол на два угла, один из которых вдвое больше другого. Докажите, что эта высота делит гипотенузу в отношении 3:1.

4

Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника равна основанию треугольника. Найдите его углы.

В а р и а н т 2

1

Внешние углы треугольника относятся как 5:6:7. Найдите отношение внутренних углов треугольника.

2

Сумма двух внешних углов треугольника при разных вершинах втрое больше третьего внешнего угла. Докажите, что данный треугольник прямоугольный.

3

Внешний угол прямоугольного треугольника равен 120° . Докажите, что катет, прилежащий к этому углу, равен среднему арифметическому отрезков, на которые высота треугольника делит гипотенузу.

4

Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника пересекает боковую сторону под углом, равным углу при основании. Найдите углы треугольника.

5

Из точки пересечения высот равнобедренного треугольника его основание видно под углом 150° . Найдите углы треугольника.

5

Из точки пересечения высот равнобедренного треугольника его боковая сторона видна под углом 110° . Найдите углы треугольника.

6

Отрезок BD — биссектриса треугольника ABC .

Докажите, что если $AB > BC$, то $AD > DC$.

Докажите, что если $AD > DC$, то $AB > BC$.

КА-4. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1

В треугольнике ABC угол A в 4 раза меньше угла B , а угол C на 90° меньше угла B .

а) Найдите углы треугольника.

б) Сравните стороны AB и BC .

2

В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AC внешний угол при вершине A равен 120° , $AB = 5$ см. Найдите длину гипотенузы треугольника.

Вариант А2

1

В треугольнике ABC угол C в 2 раза меньше угла B , а угол B на 45° больше угла A .

а) Найдите углы треугольника.

б) Сравните стороны AB и BC .

2

В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB внешний угол при вершине B равен 150° , $AC + AB = 12$ см. Найдите длину гипотенузы треугольника.

3

В равнобедренном треугольнике MNK точка D – середина основания MK , DA и DB – перпендикуляры к боковым сторонам. Докажите, что $DA = DB$.

Вариант Б1

1

В треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$, CD – биссектриса треугольника, $\angle BDC = 70^\circ$.

а) Найдите углы треугольника ACD .

б) Сравните отрезки AD и CD .

2

Два внешних угла треугольника равны 142° и 82° . Найдите углы, на которые высота треугольника делит его наибольший угол.

3

В остроугольном треугольнике MNK из точки D – середины стороны MK – проведены перпендикуляры DA и DB к сторонам MN и NK . Докажите, что если $DA = DB$, то треугольник MNK равнобедренный.

3

В равнобедренном треугольнике MNK точка D – середина основания MK , DA и DB – перпендикуляры к боковым сторонам. Докажите, что $\angle ADN = \angle BDN$.

Вариант Б2

1

В треугольнике ABC $\angle A = 90^\circ$, BD – биссектриса треугольника, $\angle ADB = 50^\circ$.

а) Найдите углы треугольника BDC .

б) Сравните отрезки BD и CD .

2

Два внешних угла треугольника равны 150° и 78° . Найдите углы, которые биссектриса наибольшего угла треугольника образует с его наибольшей стороной.

3

В остроугольном треугольнике MNK из точки D – середины стороны MK – проведены перпендикуляры DA и DB к сторонам MN и NK . Докажите, что если $\angle ADM = \angle BDK$, то треугольник MNK равнобедренный.

Вариант В 1**1**

В равнобедренном треугольнике ABC основание AC меньше боковой стороны. Биссектриса AD образует со стороной BC углы, один из которых равен 105° .

а) Найдите углы треугольника ABC .

б) Сравните отрезок AD со сторонами треугольника ABC .

2

В треугольнике ABC BD – высота. Внешние углы треугольника при вершинах A и C равны 135° и 150° соответственно. Найдите длину отрезка AD , если $BC = 24$ см.

3

В прямоугольном треугольнике MNK с гипотенузой NK проведены биссектриса KD и перпендикуляр DE к гипотенузе. Докажите, что если $MN = 3MD$, то $NE = EK$.

Вариант В 2**1**

В равнобедренном треугольнике ABC основание AC больше боковой стороны. Биссектриса AD образует со стороной BC углы, один из которых равен 75° .

а) Найдите углы треугольника ABC .

б) Сравните отрезок AD со сторонами треугольника ABC .

2

В треугольнике ABC BD – высота (точка D лежит на отрезке AC). Внешний угол треугольника при вершине A равен 135° , $\angle DBC = 60^\circ$, $AD = 8$ см. Найдите длину стороны BC .

3

В прямоугольном треугольнике MNK с гипотенузой NK проведены биссектриса KD и перпендикуляр DE к гипотенузе. Докажите, что если $NE = EK$, то $MN = 3MD$.

СА-16. ПОСТРОЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА**Вариант А1****①**

В треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$,
 $AB = 5$ см, $BC = 12$ см.

а) Найдите расстояние

от точки A до прямой BC .

б) Найдите расстояние

между прямой AB и прямой,
проходящей через точку C
параллельно AB .

Вариант А2

от точки C до прямой AB .

между прямой BC и прямой,
проходящей через точку A
параллельно BC .

②

Постройте прямоугольный
треугольник

по катету и гипотенузе.

③

Постройте треугольник

по двум сторонам и медиане,
проведенной к одной из
них.

по катету и прилежащему
острому углу.

по стороне, прилежащему
углу и биссектрисе, исходящей
из его вершины.

Вариант Б1**①**

В треугольнике ABC $AB = BC$,
 $AC = 16$ см, BD — медиана.

а) Найдите расстояние

от точки A до прямой BD .

Вариант Б2

от точки C до прямой BD .

б) Найдите расстояние

от точки C до прямой, проходящей через точку A параллельно BD .

от точки A до прямой, проходящей через точку C параллельно BD .

②**Постройте равнобедренный треугольник**

по тупому углу и медиане, исходящей из его вершины.

по боковой стороне и биссектрисе угла при вершине.

③**Постройте треугольник**

по двум углам и высоте, проведенной из вершины одного из них.

по двум углам и высоте, проведенной из вершины третьего угла.

Вариант В 1**①**

В окружности с центром O проведены хорда CD и диаметр AB ,
 $AB \perp CD$, $CD = 8$ см,
 $\angle CBD = 120^\circ$.

а) Найдите расстояние

от точки A до прямой BC .

от точки A до прямой BD .

б) Найдите расстояние

от точки B до прямой, проходящей через точку D параллельно AB .

от точки A до прямой, проходящей через точку C параллельно AB .

Вариант В 2

2**Постройте прямоугольный
треугольник**

по катету и медиане, проведенной к гипотенузе.

по острому углу и медиане, проведенной к гипотенузе.

3**Постройте треугольник**

по медиане и двум углам, на которые она делит угол треугольника.

по двум сторонам и медиане, исходящим из одной вершины.

**СА-17*. СВОЙСТВА БИССЕКТРИСЫ
И СЕРЕДИННОГО ПЕРПЕНДИКУЛЯРА.
ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ
(домашняя самостоятельная работа)**

Вариант 1**1****Постройте:**

- а) окружность данного радиуса, проходящую через две данные точки;
- б) множество точек, равноудаленных от двух данных непараллельных прямых;
- в) точку в прямоугольном треугольнике, равноудаленную от гипотенузы и катета и находящуюся на равном расстоянии от вершин острых углов.

Вариант 2

- а) окружность, проходящую через две данные точки, с центром на данной прямой;
- б) множество точек, равноудаленных от сторон данного угла на расстояние, не превосходящее данного;
- в) точку в равнобедренном треугольнике, равноудаленную от основания и боковой стороны и находящуюся на равном расстоянии от вершин углов при основании.

2**Постройте треугольник:**

а) равнобедренный – по углу при основании и высоте, проведенной к боковой стороне;

б) прямоугольный – по острому углу и периметру;

в) прямоугольный – по острому углу и разности гипотенузы и противолежащего данному углу катета;

г) прямоугольный – по гипотенузе и проведенной к ней высоте;

д) по двум углам и сумме противолежащих им сторон.

а) равнобедренный – по углу, противолежащему основанию, и высоте, проведенной к боковой стороне;

б) равнобедренный – по углу при основании и периметру;

в) прямоугольный – по острому углу и разности гипотенузы и прилежащего к данному углу катета;

г) прямоугольный – по гипотенузе и одному из отрезков, на которые высота делит гипотенузу;

д) по двум углам и разности противолежащих им сторон.

КА-5. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**Вариант А1****1**

В треугольнике ABC $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 55^\circ$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный, и укажите его основание.

б) Отрезок BM – высота данного треугольника. Найдите углы, на которые она делит угол ABC .

Вариант А2**1**

В треугольнике ABC $\angle A = 100^\circ$, $\angle C = 40^\circ$.

а) Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный, и укажите его боковые стороны.

б) Отрезок CK – биссектриса данного треугольника. Найдите углы, которые она образует со стороной AB .

2

Отрезки AB и CD пересекаются в точке O , которая является серединой каждого из них.

а) Докажите, что $\triangle AOC = \triangle BOD$.

б) Найдите $\angle OAC$, если $\angle ODB = 20^\circ$, $\angle AOC = 115^\circ$.

3

В равнобедренном треугольнике с периметром 64 см одна из сторон равна 16 см. Найдите длину боковой стороны треугольника.

а) Докажите, что $\triangle AOD = \triangle BOC$.

б) Найдите $\angle OBC$, если $\angle ODA = 40^\circ$, $\angle BOC = 95^\circ$.

3

В равнобедренном треугольнике с периметром 80 см одна из сторон равна 20 см. Найдите длину основания треугольника.

Вариант Б1

1

В треугольнике ABC высота BD делит угол B на два угла, причем $\angle ABD = 40^\circ$, $\angle CBD = 10^\circ$.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и укажите его основание.

б) Высоты данного треугольника пересекаются в точке O . Найдите $\angle BOC$.

2

Отрезки AB и CD пересекаются в точке O , которая является серединой каждого из них.

а) Докажите равенство треугольников ACB и BDA .

Вариант Б2

1

В треугольнике ABC высота CD делит угол C на два угла, причем $\angle ACD = 25^\circ$, $\angle BCD = 40^\circ$.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и укажите его боковые стороны.

б) Высоты данного треугольника пересекаются в точке O . Найдите $\angle BOC$.

а) Докажите равенство треугольников ACD и BDC .

б) Найдите $\angle ACB$, если $\angle CBD = 68^\circ$.

3

Две стороны треугольника равны 0,9 см и 4,9 см. Найдите длину третьей стороны, если она выражается целым числом сантиметров.

В а р и а н т В 1

1

Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке O , причем $\angle AOB = \angle BOC = 110^\circ$.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и укажите его основание.

б) Найдите углы данного треугольника.

2

Равные отрезки AB и CD точкой пересечения O делятся в отношении $AO:OB = CO:OD = 2:1$.

а) Докажите равенство треугольников ACD и CAB .

б) Найдите $\angle OAD$, если $\angle OCB = 50^\circ$.

3

Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна 12 см. Может ли гипотенуза иметь длину 20 см? Ответ объясните.

б) Найдите $\angle CBD$, если $\angle ACB = 118^\circ$.

3

Две стороны треугольника равны 0,8 см и 1,9 см. Найдите длину третьей стороны, если она выражается целым числом сантиметров.

В а р и а н т В 2

1

Высоты треугольника ABC пересекаются в точке O , причем $\angle AOB = \angle BOC = 110^\circ$.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и укажите его боковые стороны.

б) Найдите углы данного треугольника.

2

а) Докажите равенство треугольников BAD и DCB .

б) Найдите $\angle OBC$, если $\angle ODA = 40^\circ$.

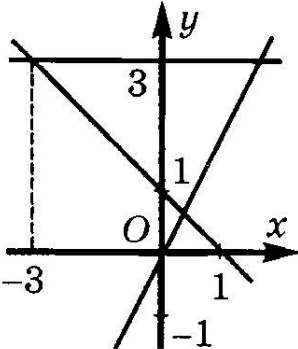
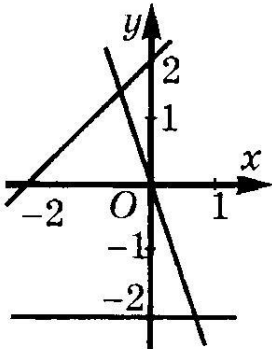
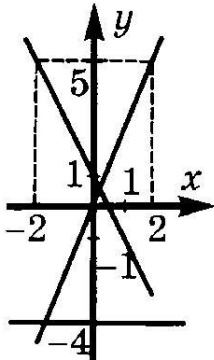
3

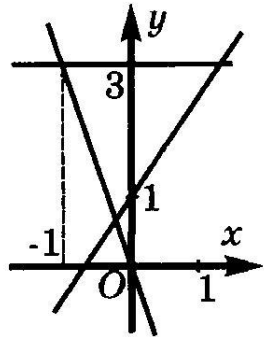
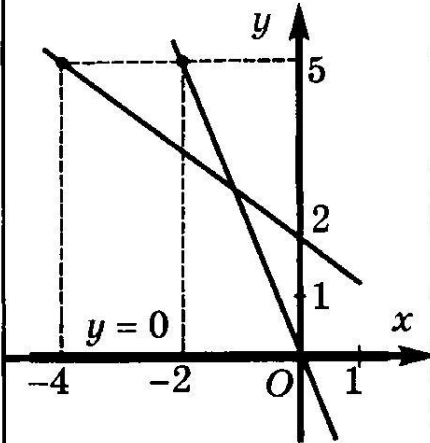
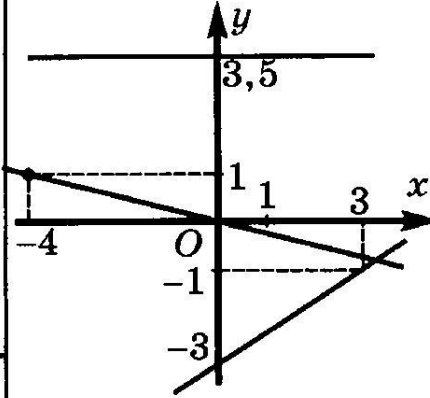
Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 26 см. Может ли высота, проведенная к гипотенузе, иметь длину 14 см? Ответ объясните.

Отвѣты

Ответы к контрольным работам по алгебре

К-1	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	$a - 2b$	$-a + b$	a	x	$-1,5x - 1$	$-x + 2$
1б)	$2x + 3$	$4x - 5$	3	-4	y	$-7y - 2$
2	9 см; 5 см	9 см; 3 см	5 см; 7 см; 10 см	6 см; 12 см; 15 см	6 см; 12 см; 10 см	5 см; 10 см; 6 см
3а)	4	6	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{11}$	1,6	0,2
3б)	-13	-9	-0,5	0,5	2	3
3в)	4,5	1,5	-4	-36	Корней нет	x — любое
4	96 книг; 32 книги	28 яблок; 56 яблок	16 рабочих	12	50 л; 10 л	9 штук; 3 штуки
5	25; -25	49; -49	-3; 2	4; -1	3; -3	1; -1
6	8	4	16	7	18	2

К-2	А 1	А 2	Б 1
1	29	21	4
2			
3	$(-2; 0); (0; 4)$	$(1; 0); (0; -4)$	$(1; 0); (0; -8)$
4	$(-1; 3)$	$(1; -4)$	$(2; 6)$
5	$y = 2 + x$	$y = 2x - 3;$ $y = 1 + 2x$	$y = 9x$

К-2	Б 2	В 1	В 2
1	-2	(0,5; 0); (0; -18)	(0,5; 0); (0; 21)
2			
3	(-1;0); (0;7)	$y = -4x$	$y = -3x$
4	(1;-3)	(2; 1)	(18;-6)
5	$y = -7x$	$y = 2x - 3$	$y = -x + 1$

К-3	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	-20	-8	80	-5	0,04	-3,5
1б)	$-2\frac{10}{27}$	$6\frac{1}{4}$	-1	-1	1	1
1в)	2	-2	-4	-16	$-\frac{1}{27}$	$\frac{1}{16}$
2а)	x^5	x^{10}	1	1	x	x
2б)	y^4	y^3	$0,16a^6b^2$	$-0,008x \times a^3b^{15}$	$\frac{81}{49}a^6b^2c^{10}$	$-\frac{64}{27}a^3b^{12}c^6$
2в)	$16c^{24}$	$9c^8$	$8m^{13}$	$36x^{26}$	$16a^{16}$	$-27b^9$
3	4	8	-1; 1	1	1; -1	1
4а)	$2a^8b^3$	$3a^6b^5$	$-40a^7b^3$	$-6a^9b^9$	$2a^6b^8$	a^6b^{12}
4б)	$0,001x^{13}$	$-0,04x^8$	$-3x^6y^7$	$-2x^5y^3$	c^5d^5	$-c^9d^8$
4в)	$\frac{4}{9}a^6b^8$	$\frac{3}{7}a^5b^4$	$-25a^7b^8$	$-64a^7b^{11}$	$a^{12}b^{15}$	a^9b^{21}
5	2	3	1	10	6	2

К-3	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1		В 2
Доп.	$4,41 \cdot 10^3$; $3,99 \cdot 10^3$; $8,82 \cdot 10^5$; 20	$6,56 \cdot 10^4$; $6,24 \cdot 10^4$; $1,024 \cdot 10^8$; 40	$6,3 \cdot 10^{n+1}$; $5,7 \cdot 10^{n+1}$; $1,8 \cdot 10^{2n+2}$; 20	$8,4 \cdot 10^{n+2}$; $7,6 \cdot 10^{n+2}$; $3,2 \cdot 10^{2n+4}$; 20	6	1	1

К-4	А 1	А 2	Б 1
1а)	$8x$	$-2a^2$	$7a + 1$
1б)	$-x^3 + 3x^2$	$-3a^3 + a^2$	$6a^2$
1в)	$5x^2$	$-8x^2$	$a^2b + 3ab^2$
2а)	$4a(2b - c)$	$3y(x + 2a)$	$7y(2x + 3y)$
2б)	$x^3(x + 1)$	$y^3(1 - y)$	$3y^3(1 - 2y^3)$
3	10 кг; 15 кг; 25 кг	9; 6; 15 мальчиков	48 т
4а)	0; 1	0; -1	0; -5
4б)	-9	-7	5

К-4	Б 2	В 1	В 2
1а)	$3a^2 + 1$	$x^3 - 0,7x^2 -$ $- 3,3x$	$-2x^2 + 2x - 2$
1б)	$-2a^3$	$-4x^2$	$8y^3$
1в)	$-x^2y - 3xy^2$	$9ab^2 - 4a^2b^2$	$4x^2y - 6x^2y^2$
2а)	$5b(2a^2 - 5b)$	$4a^2(2a^2b^2 -$ $- 3b^3 + 1)$	$2y^3(3x^2y^2 +$ $+ 6x^5 - 1)$
2б)	$2x^2(1 + 2x^2)$	$(y - 5)(x + 6)$	$(3 - b)(a + 2)$
3	48 деталей	3 см	8 см
4а)	0; 4	$0; \frac{1}{9}$	$0; \frac{1}{5}$
4б)	2	2,6	0,24

К-5	А 1	А 2	Б 1
1а)	$2x^2 - x - 1$	$2x^2 + 3x - 2$	$6x^2 - 7x - 20$
1б)	$4y^2 - y^3 +$ $+ 3y - 12$	$2y^2 - y^3 -$ $- 3y + 6$	$17xy - 5x^2 -$ $- 6y^2$

1в)	$-3a + 10$	$4 - 3a$	-6
1г)	$b^3 - 3b + 2$	$b^3 + b^2 + 4$	$8b^3 + 1$
2а)	$(x + 3)(y + a)$	$(b + c)(a + 2)$	$(x^2 + 1)(x + 2)$
2б)	$(a + 3)(2 - b)$	$(3 + x)(3 - y)$	$(4 + y)(x - y)$
4а)	$(x^2 - 1)(x + 4)$	$(x^2 - 1)(2x + 1)$	$(a + b)(a - c)$
4б)	$(a - 2b)(a^2 - 3b)$	$(b - 2a)(4a - b^2)$	$(ab - 3)(b - a)$
5	4	6	6

К-5	Б 2	В 1	В 2
1а)	$8x^2 - 10x - 3$	$x^2y - 15x^4 + 2y^2$	$3y^2 - 2x^2y - 8x^4$
1б)	$13xy - 21x^2 - 2y^2$	$7x^3 - 29x^2 + 18x - 2$	$5x^3 - 8x^2 - 19x - 6$
1в)	12	$2a^3 + ab^2 - b^3$	$2a^3 - ab^2 - b^3$
1г)	$1 - 27b^3$	$8b^4 + 24b^3 - 16b^2 - 48b$	$15b^4 + 6b^3 - 15b^2 - 6b$
2а)	$(x^2 + 1)(3x + 1)$	$x(x^3 - 1)(2x + 5)$	$x(x^5 - 1)(x + 9)$
2б)	$(2 - x)(x + y)$	$(a - b)(3 + a - b)$	$(a + b)(a + b + 2)$
4а)	$(b + c)(b - a)$	$(x - 2y + 1)(x - z)$	$(x + y - 1)(x - a)$
4б)	$(ab - 2)(a + b)$	$a(a - b)(a + 1)$	$b(b - 1)(a + b)$
5	4	6; 7; 8	6; 7; 8

К-6	А 1	А 2	Б 1
1а)	$c - 6$	$3c - 4$	$6x^2 - 11x - 2$
1б)	$x^2 + 7x - 8$	$-x^2 + 5x - 4$	$12x^2 + 3$
1в)	-25	9	$6x + 13$
2а)	$8(x + y)(x - y)$	$a(x + y)(x - y)$	$x(6x - 1)(6x + 1)$
2б)	$-(a - 3)^2$	$-(x + 5)^2$	$2(a + 2b)^2$
2в)	$ab(b + a)(b - a)$	$a^2b^2(a + b)(a - b)$	$(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$
3	0	0	-4
4а)	$(x - y)(3 + xy)$	$(x + y)(xy - 2)$	$(x - 3)(x + y)(x - y)$
4б)	$(a - 2)(a^2 + 2a + 4)$	$(a + 3)(a^2 - 3a + 9)$	$m^4(2 - m)(4 + 2m + m^2)$
5	$4x^2 - 20xy + 25y^2 =$ $= (2x - 5y)^2 \geq 0$	$9x^2 + 24xy + 16y^2 =$ $= (3x + 4y)^2 \geq 0$	$x^2 - 10x + 29 =$ $= (x - 5)^2 + 4 > 0$

К-6	Б 2	В 1	В 2
1а)	$4x^2 - 7x + 3$	1	1
1б)	$4 + 36x^2$	$4x - 4$	$9x + 18$
1в)	$6x - 25$	$-3x^2 - 50x - 75$	$-8x^2 + 80x - 128$
2а)	$y(1 - 10y)(1 + 10y)$	$-3(x + 2)^2$	$-5(x - 3)^2$
2б)	$7(a - b)^2$	$3y^2(2y - 1)(4y^2 + 2y + 1)$	$2y(y + 3)(y^2 - 3y + 9)$
2в)	$(2 - y)(2 + y)(4 + y^2)$	$2b(9b - a)(9b + a)$	$3x(y - 7x)(y + 7x)$
3	16	1; -1; -3	-1; 2; -2
4а)	$(x - 5)(y - 1)(y + 1)$	x^4	$(x^2 + 2)^2$
4б)	$m^5(m + 3)(m^2 - 3m + 9)$	$(a - x - 3)(a + x + 3)$	$(a - x + 2)(a + x - 2)$
5	$x^2 + 8x + 19 = (x + 4)^2 + 3 > 0$	-1 при $y = 2$	-2 при $y = -1$

К-7	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	(3; 3)	(4; 3)	(-1; 4)	(3; 1)	(2,5; 1,5)	(1,5; 0,5)
1б)	(1; 2)	(2; 1)	(2; -1)	(2; -1)	(7; 2)	(3; 2)
2	3 м, 2 м	20 коп., 12 коп.	16 кг, 5 кг	15 коп., 10 коп.	10 км/ч, 2 км/ч	12 км/ч, 2 км/ч
3	$y =$ $= -x + 2$	$y =$ $= -3x + 1$	$y =$ $= -5x + 7$	$y =$ $= -4x + 11$	$y = \frac{1}{4}x + 1$	$y = \frac{1}{2}x - 2$
4	$a = 2; b$ $= 1$	$a = 2; b$ $= 1$	13; 12	17; 15	$x = 1; y$ $= 1$	$x = 6; y$ $= 3$

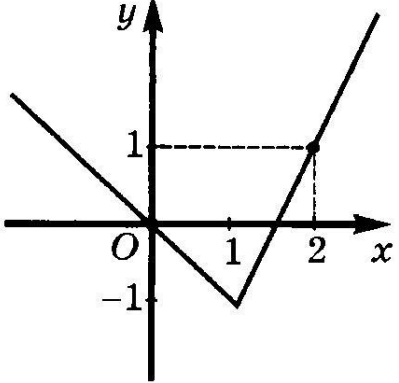
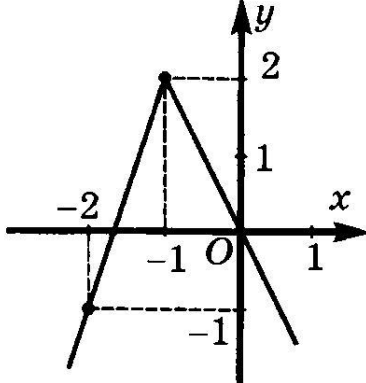
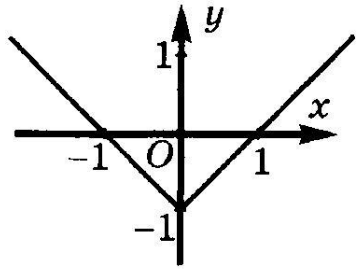
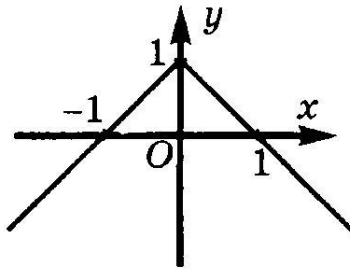
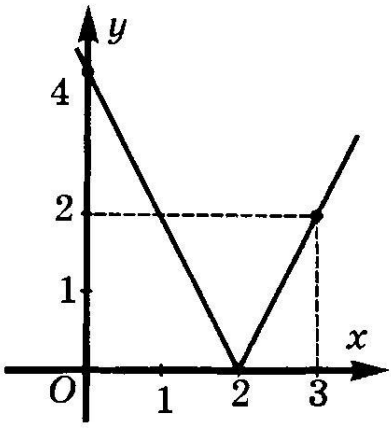
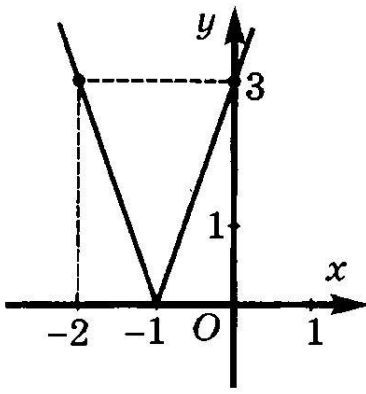
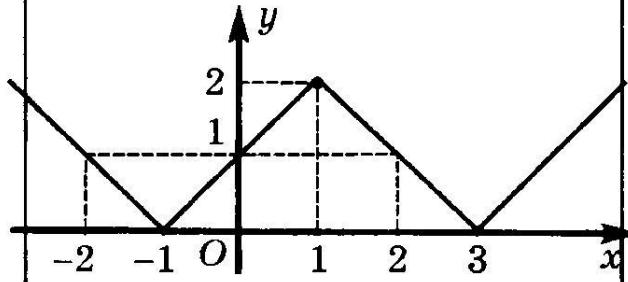
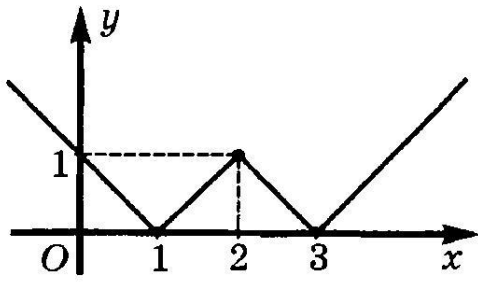
К-8	А 1	А 2	Б 1
1а)	$-32x^{10}$	$45x^8$	$80x^9y^7$
1б)	$18x^2 + 6x$	$8x^2 - 4x$	$-12xy + 18x^2$
2а)	$a(5 - b)(5 + b)$	$c(b - 3)(b + 3)$	$ab(2b - a)(2b + a)$
2б)	$3(a - 1)^2$	$2(a + 3)^2$	$-b(b + 3)^2$
3	2	-2	3
4	25 м, 35 м	40 кг, 30 кг	30 км
5	(2; 1)	(2; 1)	(44; 127)

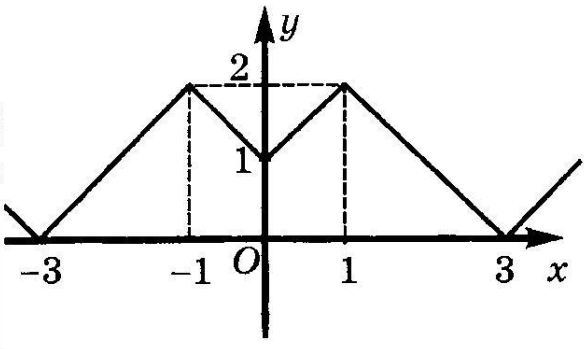
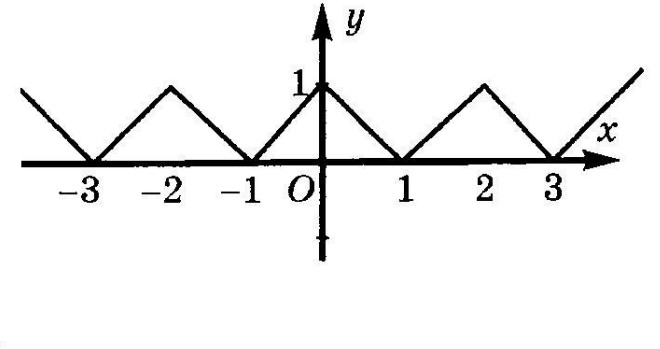
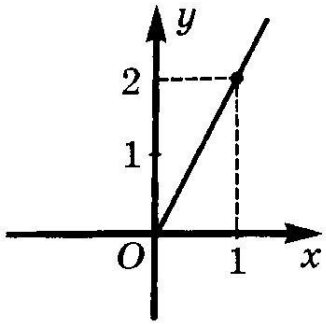
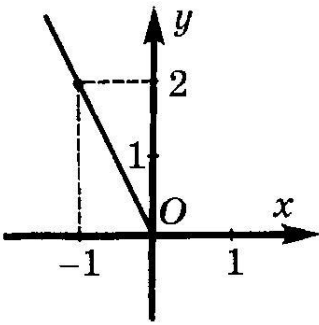
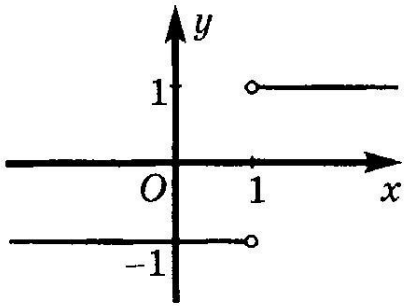
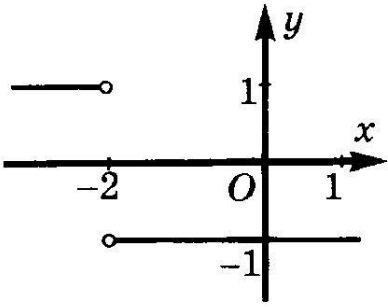
К-8	Б 2	В 1	В 2
1а)	$-270x^5y^7$	$8x^8y^9$	$27x^{15}y^{14}$

1б)	$2x^2 + 8xy$	$2x^2 + 14xy$	$30xy + 50y^2$
2а)	$ab(b - 3a)(b + 3a)$	$a^2(3 - a)(9 + 3a + a^2)$	$x(x - 5)(x^2 + 5x + 25)$
2б)	$-a(5 - a)^2$	$(a + b - 3)(a + b + 3)$	$(a + 2b - 3)(a + 2b + 3)$
3	4	2	2
4	24 детали	90 км	63 км
5	(30; 113)	(-5; -5); (1; -1)	(1; 1); (7; -7)

Ответы к домашним самостоятельным работам по алгебре

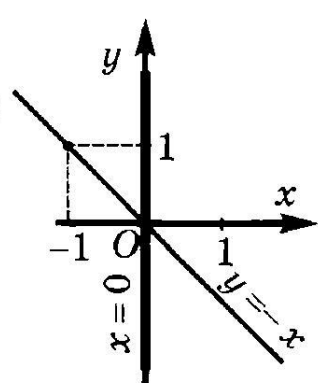
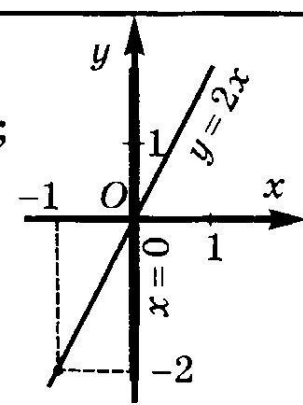
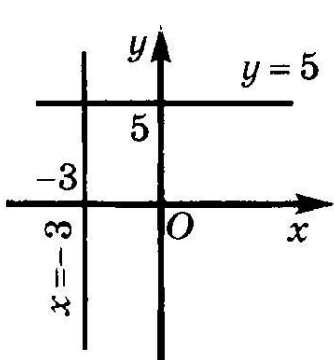
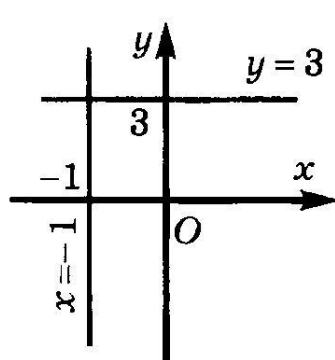
С-3*	В а р и а н т 1	В а р и а н т 2
1а)	$a = 2$	$a = -3$
1б)	$-3 < a < 3$	$-2 < a < 2$
1в)	При всех a	При всех a
2а)	При $a \neq 0$ $x = 5:a$, при $a = 0$ корней нет	При $a \neq 0$ $x = -2:a$, при $a = 0$ корней нет
2б)	При $a \neq 3$ $x = -1:(a-3)$, при $a = 3$ корней нет	При $a \neq -2$ $x = 3:(a+2)$, при $a = -2$ корней нет
2в)	При $a \neq -1$ $x = 1$, при $a = -1$ x – любое число	При $a \neq 3$ $x = -1$, при $a = 3$ x – любое число
2г)	При $a \neq 2$ $x = a$, при $a = 2$ x – любое число	При $a \neq -3$ $x = a-2$, при $a = -3$ x – любое число
3а)	1; 2	$-2; \frac{2}{3}$
3б)	Корней нет	Корней нет
3в)	0; 1	-1; 0
3г)	-6; 0; 2; 8	-8; -6; 0; 2
3д)	-6; 0; 6; 12	0; 6
3е)	-17; -3; -1; 13	-17; -1; 3; 19
3ж)	-8; 12	-6; 12
3з)	$-2 \leq x \leq 1$	$-1 \leq x \leq 3$
3и)	Корней нет	Корней нет
3к)	$\frac{2}{3}; 4$	$\frac{1}{2}; 1$

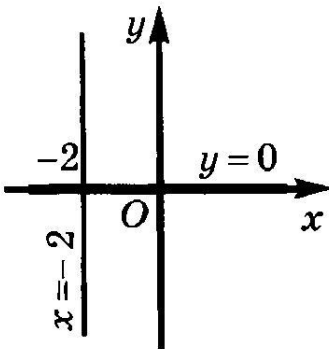
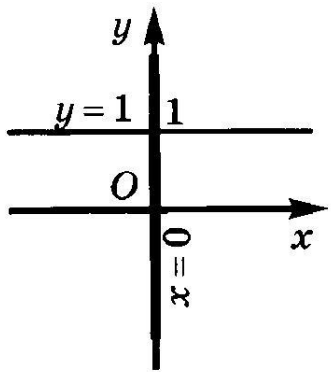
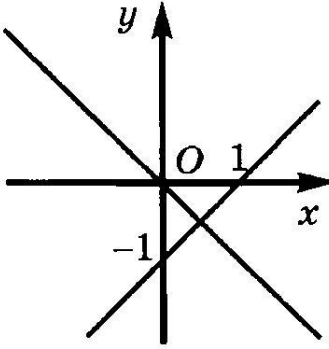
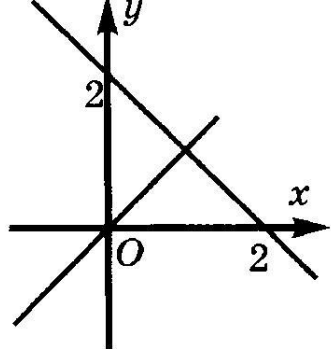
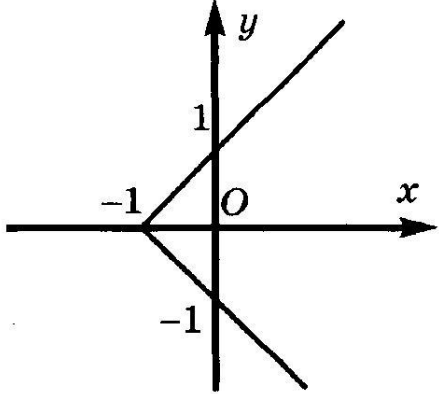
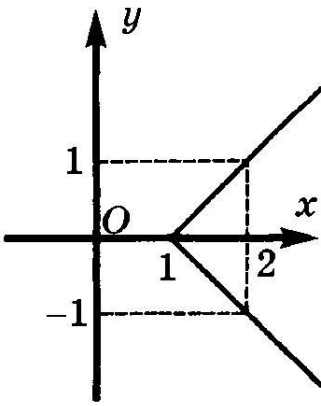
С-6*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$x \neq 1$	$x \neq -2$
1б)	$x \neq -3; 1$	$x \neq -4; 2$
1в)	$x \neq \pm 4$	$x \neq \pm 5$
1г)	$x \neq 4$	$x \neq -2$
1д)	x – любое число	x – любое число
2а)		
2б)		
2в)		
2г)		

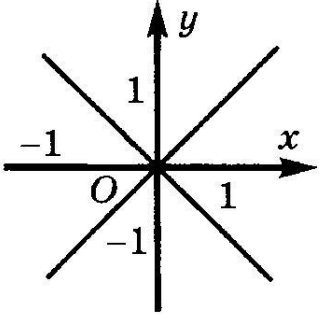
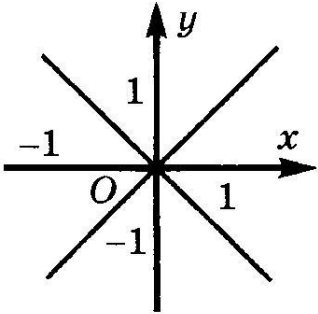
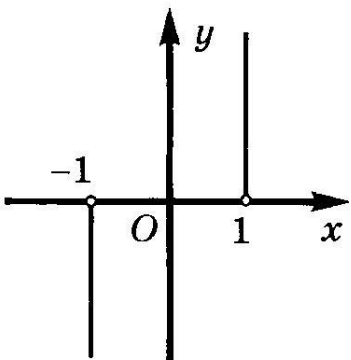
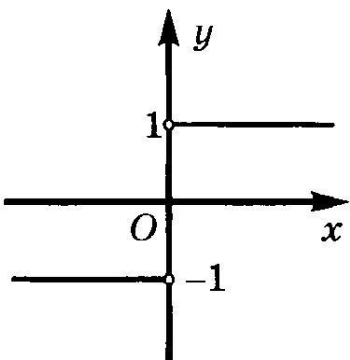
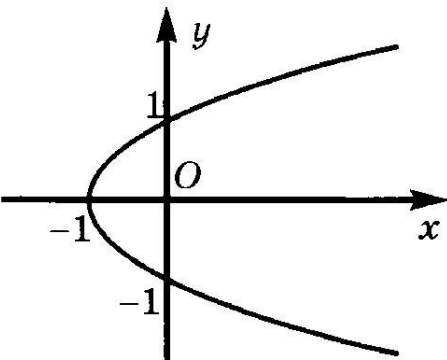
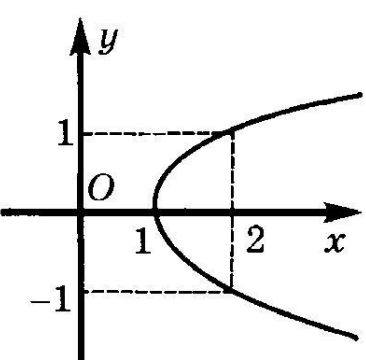
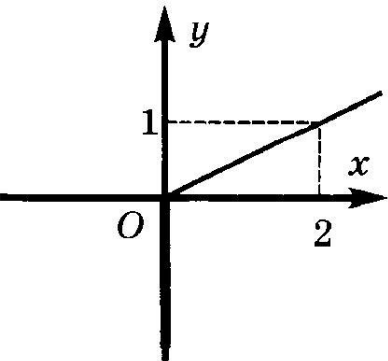
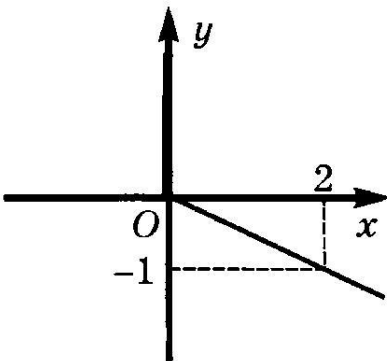
С-6*	Вариант 1	Вариант 2
2д)		
2е)	$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 2x, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$ 	$y = \begin{cases} -2x, & \text{если } x < 0, \\ 0, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$ 
2ж)	$y = \begin{cases} -1, & \text{если } x < 1, \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases}$ 	$y = \begin{cases} 1, & \text{если } x < -2, \\ -1, & \text{если } x > -2 \end{cases}$ 

С-16*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$(7y - 3x)(7y + 3x - 10)$	$(8x + 5y)(8x - 5y - 6)$
1б)	$5(2a + 3b - 1)(2a - 3b + 1)$	$2(3a + 10b + 2)(3a - 10b + 2)$
1в)	$(x^2 + 1)(x^2 + 3)$	$(x^2 + 3)(x^2 + 5)$
1г)	$(a - 2b)(a - b)$	$(a + 3b)(a + b)$

С-16*	Вариант 1	Вариант 2
1д)	$(4x - 1)(7x^2 + x + 1)$	$(6x + 1)(21x^2 - 3x + 1)$
3а)	-1; 1	-2; 2
3б)	-4; 2	-2; 8
3в)	-1; 0	0; 1
3г)	0	0
3д)	-2; -1; 1	-1; 1; 3
3е)	-1	1

С-19*	Вариант 1	Вариант 2
1а)	$x^2 + xy = 0;$ $x(x + y) = 0;$ $\begin{cases} y = -x, \\ x = 0 \end{cases}$ 	$2x^2 - xy = 0;$ $x(2x - y) = 0;$ $\begin{cases} x = 0, \\ y = 2x \end{cases}$ 
1б)	$9x^2 - y^2 = 0;$ $(3x - y)(3x + y) = 0;$ $\begin{cases} y = 3x, \\ y = -3x \end{cases}$	$y^2 - 4x^2 = 0;$ $(y - 2x)(y + 2x) = 0;$ $\begin{cases} y = 2x, \\ y = -2x \end{cases}$
1в)	$xy + 3y - 5x = 15;$ $(x + 3)(y - 5) = 0;$ $\begin{cases} x = -3, \\ y = 5 \end{cases}$ 	$3x - xy + 3 = y;$ $(3 - y)(x + 1) = 0;$ $\begin{cases} y = 3, \\ x = -1 \end{cases}$ 

С-19*	Вариант 1	Вариант 2
1г)	$x^2 + 4x + 4 + y^2 = 0;$ $(x + 2)^2 + y^2 = 0;$ $\begin{cases} x = -2, \\ y = 0 \end{cases}$ 	$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0;$ $x^2 + (y - 1)^2 = 0;$ $\begin{cases} x = 0, \\ y = 1 \end{cases}$ 
1д)	$ x - y - 1 + x^2 + 2xy + y^2 = 0;$ $\begin{cases} x - y - 1 = 0, \\ (x + y)^2 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x - 1, \\ y = -x \end{cases}$ 	$x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0;$ $\begin{cases} (x - y)^2 = 0, \\ x + y - 2 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x, \\ y = -x + 2 \end{cases}$ 
1е)	$ y = x + 1$ 	$ y = x - 1$ 

С-19*	Вариант 1	Вариант 2
1ж)	$ y = x $ 	$x^2 = y^2$ 
1з)	$\frac{ y }{y} = x \cdot x$ 	$\frac{ x }{x} = y \cdot y$ 
1и)	$x = y^2 - 1$ 	$x = y^2 + 1$ 
1к)	$y + y = x$ 	$ y - y = x$ 

С-19*	В а р и а н т 1	В а р и а н т 2
2а)	$\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$
2б)	(3; 2; 1)	(4; 3; 2)
3а)	(2; 1)	(1; 2)
3б)	(3; 5)	(3; 1)
3в)	(2; -1), (0; 1), (-4; -3), (-2; -5)	(7; 2), (3; 6), (-3; 0), (1; -4)
3г)	(-3; -2), (-2; -3), (1; 0), (0; 1)	(-2; 0), (0; -2), (4; 2), (2; 4)

**Ответы к контрольным работам по геометрии
(по Погорелову)**

КП-1	А 1	А 2	Б 1
1	6,8 см; С	1,8 см; В	12,7 см или 7,9 см
2	36°; 144°	55°; 125°	69°; 111°
3	60°	60°	75°; 105°

КП-1	Б 2	В 1	В 2
1	10,3 см или 5,3 см	0,9 см или 9,3 см	1,1 см или 6,3 см
2	79°; 101°	45°; 135°	30°; 150°
3	18°; 162°	$90^\circ - \frac{\alpha}{2}, 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$	$180^\circ - 2\beta$

КП-2	А 1	А 2	Б 1
1	10 см, 10 см, 15 см	18 см, 18 см, 6 см	25 см, 25 см, 20 см

КП-2	Б 2	В 1	В 2
1	20 см, 20 см, 8 см	30 см, 40 см, 40 см или 33 см, 33 см, 44 см	11 см, 11 см, 8 см или 9 см, 9 см, 12 см

КП-3	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	8 см, 16 см, 16 см	14 см, 14 см, 7 см	20 см, 20 см, 8 см	12 см, 18 см, 18 см	6 см, 6 см, 4 см	8 см, 8 см, 4 см

КП-4	А 1	А 2	Б 1
1	51°, 129°	39°, 141°	140°, 40°
2	10°, 120°	30°, 70°	30°, 60°, 90°
3	90°, 35°, 55°	45°, 20°, 115°	60°, 30°

КП-4	Б 2	В 1	В 2
1	75°, 105°	20°, 160°	20°, 160°
2	20°, 60°, 100°	20°, 60°, 100°	20°, 100°, 60°
3	80°, 10°	20°, 135°, 25°	45°, 110°, 25°

СП-4*	Вариант 1	Вариант 2
2	$m:(m+n)$ или $m:(m-n)$ или $m:(n-m)$	$n:(m+n)$ или $n:(m-n)$ или $n:(n-m)$

3а)	Луч MA без точки M , где M – середина отрезка AB	Луч MB без точки M , где M – середина отрезка AB
3б)	Отрезок AB	Луч, дополнительный к лучу BA
3в)	Таких точек не существует	Таких точек не существует
3г)	Точки луча MB без точки M , где M – точка отрезка AB , такая, что $AM = 6$	Точки луча MA без точки M , где M – точка отрезка AB , такая, что $AM = 3$
5	4	4
6	Нет	Нет

Ответы к домашним самостоятельным работам по геометрии (по Погорелову)

СП-10*	В а р и а н т 1	В а р и а н т 2
1	$90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ и $90^\circ + \frac{\alpha}{2}$	α и $180^\circ - \alpha$
2	8 см	12 см и 4 см
3	90° , 60° и 30°	72° , 72° и 36°
4	25°	40°
5	45°	135°

СП-14* ¹	В а р и а н т 1	В а р и а н т 2
1а)	Серединный перпендикуляр к данному основанию без точки его пересечения с основанием треугольника	Серединный перпендикуляр к отрезку с концами в данных точках

¹ В указаниях к данной работе не исследуется вопрос о существовании и количестве решений задач на построение.

СП-14*	В а р и а н т 1	В а р и а н т 2
16)	Две прямые, параллельные данной прямой и удаленные от нее на расстояние, равное радиусу	Прямая, перпендикулярная данной прямой и проходящая через данную точку без данной точки
1в)	Окружность с центром, совпадающим с центром данной окружности, и радиусом, равным данному расстоянию	Окружность с центром, совпадающим с центром данной окружности, и радиусом, равным расстоянию от центра окружности до середины одной из хорд

Ответы к контрольным работам по геометрии (по Атанасяну)

КП-5	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	45°	65°	—	—	140°, 20°, 20°	110°, 35°, 35°
2	69°, 69°	78°, 78°, 24°	36°, 36°, 108°	80°, 80°, 20°	70°, 70°, 40° или 40°, 40°, 100°	65°, 65°, 50° или 50°, 50°, 80°

КА-1	А 1	А 2	Б 1
1а)	5 см	1 см	2,4 см
16)	D	D	D
2а)	70°	50°	55°
26)	55°	65°	110°
2в)	125°	115°	125°
3	2	2	70°

КА-1	Б 2	В 1	В 2
1а)	4 см	3,1 см	3,8 см
1б)	D	D	D
2а)	65°	50°	110°
2б)	130°	ABK и MBC , ABM и KBC	ABK и NBC , ABN и KBC
2в)	115°	155°	90°
3	160°	50°	20°

КА-2	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1б)	110°	65°	65°	110°	110°	65°

КА-3	А 1	А 2	Б 1
1а)	61°	63°	—
1б)	Три угла	Три угла	64°
2а)	—	—	38°
2б)	55°	125°	102°

КА-3	Б 2	В 1	В 2
1а)	—	158°	107°
1б)	26°		
2а)	25°	50°	50°
2б)	119°	40°	40°

КА-4	А 1	А 2	Б 1
1а)	$30^\circ, 120^\circ, 30^\circ$	$45^\circ, 90^\circ, 45^\circ$	$50^\circ, 20^\circ, 110^\circ$
1б)	$AB = BC$	$AB = BC$	$AD < CD$
2	10 см	8 см	52° и 46°

КА-4	Б 2	В 1	В 2
1а)	$40^\circ, 130^\circ, 10^\circ$	$70^\circ, 40^\circ, 70^\circ$	$50^\circ, 80^\circ, 50^\circ$
1б)	$BD < CD$	$AD < AB, AD < BC,$ $AD < AC$	$AD > AB, AD > BC,$ $AD < AC$
2	99° и 81°	12 см	16 см

КА-5	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	BC	AB и AC	AB	AB и BC	AC	AB и BC
1б)	35° и 20°	60° и 120°	130°	115°	$40^\circ,$ $100^\circ, 40^\circ$	$70^\circ, 40^\circ,$ 70°
2б)	45°	45°	112°	62°	50°	40°
3	24 см	20 см	5 см	2 см	Нет	Нет

**Ответы к домашним самостоятельным работам
по геометрии (по Атанасяну)**

СА-5*	В а р и а н т 1	В а р и а н т 2
1	6 и 1	6 и 1
2а)	Луч MB без точки M , где M – середина отрезка AB	Луч MA без точки M , где M – середина отрезка AB

2б)	Две точки C_1 и C_2 вне отрезка AB , такие, что $C_1A = C_2B = 0,5$	Две точки C_1 и C_2 вне отрезка AB , такие, что $C_1A = C_2B = 1$
2в)	Точка C отрезка AB , такая, что $AC = 4$	Точка C отрезка AB , такая, что $AC = 1$
2г)	Две точки: C_1 вне отрезка AB , такая, что $C_1A = 3$, $C_1B = 9$ и C_2 на отрезке AB , такая, что $C_2A = 1,5$, $C_2B = 4,5$	Две точки: C_1 вне отрезка AB , такая, что $C_1A = 12$, $C_1B = 6$ и C_2 на отрезке AB , такая, что $C_2A = 4$, $C_2B = 2$
3	16 и 4	15 и 1
5	Три угла	Две тройки

СА-15*	В а р и а н т 1	В а р и а н т 2
1	15:11:10	4:3:2
4	72° , 72° , 36°	72° , 72° , 36°
5	75° , 75° , 30°	70° , 70° , 40°

СА-17* ¹	В а р и а н т 1	В а р и а н т 2
1а)	Центр окружности — точка пересечения серединного перпендикуляра к отрезку с концами в данных точках и окружности данного радиуса с центром в одной из данных точек	Центр окружности — точка пересечения данной прямой с серединным перпендикуляром к отрезку с концами в данных точках

¹ В указаниях к данной работе не исследуется вопрос о существовании и количестве решений задач на построение.

СА-17*	В а р и а н т 1	В а р и а н т 2
1б)	Биссектрисы четырех неразвернутых углов, об- разованных при пересече- нии данных прямых	Отрезок биссектрисы данного угла, один конец которого на- ходится в вершине угла, а другой — в точке пересечения биссект- рисы с прямой, параллельной стороне угла и удаленной от этой стороны на данное рас- стояние
1в)	Точка пересечения биссек- трисы угла, образованного гипотенузой и данным ка- тетом, и срединного пер- пендикуляра к гипотенузе	Точка пересечения биссектри- сы угла при основании и сере- динного перпендикуляра к ос- нованию – центр окружности, вписанной в треугольник

Литература

1. Алгебра 7. Под ред. С.А. Теляковского. М. 1991
2. Ш.А. Алимов и др. Алгебра 7. М. 1997
3. М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов. М., 1992
4. А.В. Погорелов. Геометрия 7-9. К. 1995
5. Л.С. Атанасян и др. Геометрия 7-9. М. 1990
6. А.П. Киселев, Н.А. Рыбкин. Геометрия, планиметрия. М. 1995
7. Л.М. Лоповок. Сборник задач по геометрии 6-8. К. 1985
8. Б.Г. Зив, В.М. Мейлер, А.Г. Баханский. Задачи по геометрии для 7-11 классов. М. 1991
9. В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир. Учимся решать задачи по геометрии. К. 1996

Содержание

Предисловие			3
Алгебра	Макарычев	Алимов	5
Выражения, тождества, уравнения			6
С-1. Тождественные преобразования выражений	§ 1, 2	Глава I	6
С-2. Решение уравнений	§ 3	Глава II	9
С-3*. Линейные уравнения с модулем и параметром (домашняя самостоятельная работа)	§ 3	Глава II	10
К-1. Выражения, тождества, уравнения	Глава I	Главы I, II	12
Функции			16
С-4. Функции и их графики	§ 4	§ 29, 30	16
С-5. Линейная функция. Прямая пропорциональность	§ 5	§ 31, 32	19
С-6*. Функции и графики (домашняя самостоятельная работа)	Глава II	Глава VI	22
К-2. Линейная функция	Глава II	Глава VI	23
Степень с натуральным показателем			27
С-7. Степень и ее свойства	§ 6	§ 9, 10	27
С-8. Одночлен	§ 7	§ 11, 12	30
С-9. Абсолютная и относительная погрешности	§ 8	—	33
К-3. Степень с натуральным показателем. Одночлен	Глава III	§ 9–12	35
Многочлены			40
С-10. Многочлен. Сложение и вычитание многочленов	§ 9	§ 13–15	40

С-11. Умножение многочлена на одночлен. Вынесение общего множителя за скобки	§ 10	§ 16, 19	43
К-4. Многочлен	§ 9, 10	§ 13–19	46
С-12. Умножение многочленов. Способ группировки	§ 11	§ 17, 20	49
К-5. Умножение многочленов. Способ группировки	§ 11	§ 17, 20	52
Формулы сокращенного умножения			55
С-13. Квадрат суммы и квадрат разности	§ 12	§ 22	55
С-14. Разность квадратов. Сумма и разность кубов	§ 13	§ 21	57
С-15. Преобразование целого выражения в многочлен. Способы разложения на множители	§ 14	§ 23	59
С-16*. Все действия с многочленами (домашняя самостоятельная работа)	Глава V	Главы III, IV	61
К-6. Формулы сокращенного умножения	Глава V	Глава IV	62
Системы линейных уравнений			66
С-17. Уравнения и системы. Уравнения с двумя переменными. Способ подстановки	п. 39–42	§ 33, 34	66
С-18. Системы линейных уравнений. Способ сложения. Решение задач с помощью систем уравнений	§ 43, 44	§ 35, 37	69
С-19*. Уравнения и системы с несколькими переменными (домашняя самостоятельная работа)	Глава VI	Глава VII	71
К-7. Системы линейных уравнений с двумя переменными	Глава VI	Глава VII	73
К-8. Годовая контрольная работа			76

Работа	Погорелов	Атанасян	стр.
Геометрия (по Погорелову)			80
Основные свойства простейших геометрических фигур			80
СП-1. Измерение отрезков	п. 1–4	Гл. I, § 1, 3, 4	80
СП-2. Измерение углов	п. 8–10	Гл. I, § 2, 3, 5	82
СП-3. Смежные и вертикальные углы	п. 14–16	Гл. I, § 6	85
СП-4*. Измерение отрезков и углов (домашняя самостоятельная работа)	§ 1, 2	Гл. I, § 1–6	87
КП-1. Основные свойства простейших геометрических фигур. Смежные и вертикальные углы	§ 1, 2	Гл. I, § 1–6	88
Признаки равенства треугольников			91
СП-5. Первый и второй признаки равенства треугольников	п. 20–22	Гл. II, § 1, 3	91
СП-6. Равнобедренный треугольник	п. 23–25	Гл. II, § 2	94
КП-2. Первый и второй признаки равенства треугольников. Равнобедренный треугольник	п. 20–25	Гл. II, § 1–3	97
СП-7. Третий признак равенства треугольников. Свойство медианы равнобедренного треугольника	п. 26–27	Гл. II, § 2, 3	99
КП-3. Три признака равенства треугольников. Равнобедренный треугольник	§ 3	Гл. II	102
Сумма углов треугольника			104
СП-8. Параллельные прямые	п. 29–32	Гл. III	104

Работа	Погорелов	Атанасян	стр.
СП-9. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника	п. 33, 34	Гл. IV	106
СП-10*. Сумма углов треугольника (домашняя самостоятельная работа)	п. 29–34	Гл. IV	108
СП-11. Прямоугольный треугольник	п. 35, 36	Гл. IV	110
КП-4. Параллельные прямые. Сумма углов треугольника	§ 4	Гл. III, IV	112
Геометрические построения			115
СП-12. Окружность	п. 38–41	Гл. II, § 4	115
СП-13. Задачи на построение. ГМТ	п. 42–49	Гл. II, IV	117
СП-14*. Геометрические места то- чек. Задачи на построение (домашняя самостоятельная работа)	§ 5	Гл. IV	119
КП-5. Годовая контрольная работа			122
Геометрия (по Атанасяну)			125
Начальные геометрические сведения			125
СА-1. Прямая и отрезок. Луч и угол	Гл. I, § 1, 2	п. 1–8	125
СА-2. Сравнение и измерение отрез- ков	Гл. I, § 3, 4	п. 1–8	129
СА-3. Сравнение и измерение углов	Гл. I, § 3, 5	п. 1–8	132
СА-4. Смежные и вертикальные углы. Перпендикулярные пря- мые	Гл. I, § 6	§ 2	134
СА-5*. Дополнительные задачи об отрезках и углах (домашняя са- мостоятельная работа)	Гл. I	§ 1, 2	136

Работа	Погорелов	Атанасян	стр.
КА-1. Начальные геометрические сведения	Гл. I	§ 1, 2	138
Треугольники			141
СА-6. Треугольник. Первый признак равенства треугольников	Гл. II, § 1	п. 20	141
СА-7. Медиана, биссектриса и высота треугольника. Свойство равнобедренного треугольника	Гл. II, § 2	п. 23, 25, 26	143
СА-8. Второй и третий признаки равенства треугольников	Гл. II, § 3	п. 22, 27	146
СА-9. Окружность. Простейшие задачи на построение	Гл. II, § 4	п. 38, 42–47	149
КА-2. Треугольники	Гл. II	§ 3, 5	151
Параллельные прямые			155
СА-10. Признаки параллельности прямых. Аксиома параллельных прямых и ее следствия	Гл. III, п. 24–28	п. 29–31	155
СА-11. Свойства параллельных прямых	Гл. III, п. 29	п. 32	157
КА-3. Параллельные прямые	Гл. III	п. 29–32	160
Соотношения между сторонами и углами треугольника			164
СА-12. Сумма углов треугольника	Гл. IV, § 1	п. 33, 34	164
СА-13. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника	Гл. IV, § 2	п. 66, 111	166
СА-14. Прямоугольные треугольники	Гл. IV, § 3	п. 35, 36	168

Работа	Погорелов	Атанасян	стр.
СА-15*. Дополнительные задачи о соотношениях в треугольнике (домашняя самостоятельная работа)	Гл. IV, § 1–3	§ 4	171
КА-4. Соотношения между сторонами и углами треугольника	Гл. IV, § 1–3	§ 4	172
СА-16. Построение треугольника	Гл. IV, § 4	§ 5	175
СА-17*. Свойства биссектрисы и серединного перпендикуляра. Задачи на построение (домашняя самостоятельная работа)	Гл. IV, § 4	§ 5	177
КА-5. Годовая контрольная работа			178
ОТВЕТЫ			181
ЛИТЕРАТУРА			201
СОДЕРЖАНИЕ			202

Алла Петровна Ершова
Вадим Владимирович Голобородько
Анна Сергеевна Ершова

Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 7 класса

Подписано в печать 31.10.2012. Формат 60×88/16.
Усл.-печ. л. 12,71. Тираж 40 000 экз. Заказ № 2016.

ООО «Илекса», 107023, г. Москва, ул. Буженинова, д. 30, стр. 4,
сайт: www.ilexa.ru, E-mail: real@ilexa.ru,
телефон: 8(495) 964-35-67

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»
Филиал «Чеховский Печатный Двор»
142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1
Сайт: www.chpk.ru. E-mail: marketing@chpk.ru
факс: 8(496) 726-54-10, телефон: 8(495) 988-63-87